This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

MATHEMATISCHE BIBLIOTHEK
HERAUSGEGEBEN VON W. LIETZMANN UND A. WITTING
XIV

TA
590
R6

UC-NRLF
$B 315 334

R. ROTHE

DARSTELLENDE GEOMETRIE DES GELÄNDES

YB 51919

VERLAG VON B. G. TEUBNER LEIPZIG-BERLIN

GIFT

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Mathematische Bibliothek

Gemeinverständliche Darstellungen aus der Elementar-Mathematik für Schule und Leben. Unter Mitwirkung

GIFT OF
Prof. John B. Leighly

SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
LVX
FIAT
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS

Die Samm… er Folge
herausgeg… r Mathe-
matik im … er Form
zu ermögl… ene hin-
aus zu be… lso teils
eine Verti… nentarer
Probleme, …onderes
mathemati… eln, die
den Leser … atischen
Kenntniss… nführen.

1. E. Lö… lkern in alter …
2. H. Wi… hen und histori…
3. W. Li… Ausblick auf da…
4. O. Me… ndungen. Mit 6 …
5. H. E. … 12.
6. M. Za… rie. Mit 18 Fi…
7. H. Wi… n. 1912.
8. P. Me… n. 1912.
9. A. Wi… ig. 1912.
10. W. Li… ig. 1913.
11. P. Zu… g. 1913.
12. E. Be… n. 1913.
13. Ph. M… 13.
14. R. Rc…
15. A. Wi… r Mathe-matik

Lietzmann, der Eulersche Polyedersatz.
Schreiber, Ortsbestimmung auf dem Lande, zur See und in der Luft.
Wieleitner, Elementare Mengenlehre.
Winkelmann, der Kreisel.
Witting, abgekürztes Rechnen.
— graphische Darstellungen.

From
Walter Heller.

MATHEMATISCHE BIBLIOTHEK
HERAUSGEGEBEN VON W. LIETZMANN UND A. WITTING
14

DARSTELLENDE GEOMETRIE DES GELÄNDES

VON

RUDOLF RÖTHE
DR. PHIL., PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE HANNOVER

MIT 82 FIGUREN
IM TEXT

LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1914

COPYRIGHT 1914 BY B. G. TEUBNER IN LEIPZIG.

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

der

TA590
R6

VORREDE

In der vorliegenden kleinen Schrift habe ich versucht, den Leser in elementarer und leicht verständlicher Weise mit der zeichnerischen Behandlung der topographischen Flächen nach der Methode der „kotierten Projektionen" bekannt zu machen. Die glückliche Paarung zwischen Rechnung und Zeichnung, auf der diese Methode beruht, die darin begründete Freiheit, sich auch an kompliziertere Aufgaben mit Aussicht auf Erfolg zu wagen, und daher weiter das unbewußte Gefühl, hier wenigstens der „selbstgeschaffenen Schmerzen" der Mathematiker ledig zu sein, das alles gibt diesem Schwestergebiete der darstellenden Geometrie einen besonderen Reiz. Er wird noch erhöht durch die fast unmittelbare Anwendbarkeit auf praktische Fragen. Ich habe auf diese Anwendungen großes Gewicht gelegt; sie entstammen zum Teil dem geologisch-bergmännischen Gesichtskreis und rühren aus der Zeit, als ich an der Clausthaler Bergakademie einiges aus diesem Gebiete in elementaren Vorlesungen über darstellende Geometrie vortrug. Auf nomographische Anwendungen konnte ich hier wegen der äußeren Beschränkung leider nicht eingehen.

Die Figuren wollen schon wegen des Formats nicht mehr als einen bloßen Anhalt zum Anfertigen von Reinzeichnungen geben. Da sie nur nach meinen Skizzen — zu Reinzeichnungen fehlten mir Zeit und Hilfskräfte — vom Verlage in dankenswerter Weise hergestellt wurden, enthalten sie mancherlei, was sich wohl bei wirklich konstruierten Zeichnungen hätte vermeiden lassen.

Bei der Einfachheit des Gegenstandes und bei der zahlreichen namentlich ausländischen Literatur vermag ich nicht anzugeben, was von dem von mir gebotenen etwa neu ist. In den neueren Büchern der darstellenden Geometrie wird, wenigstens in Deutschland, dieses Gebiet in der Regel etwas stiefmütterlich behandelt; eine Ausnahme bildet vor allem Emil Müllers vortreffliches Lehrbuch; in dem vor kurzem erschienenen ersten Hefte des zweiten Bandes (Leipzig, Teubner 1912) findet sich auch ein ausgezeichneter Abschnitt über kotierte Projektionen, von dem ich noch mancherlei verwenden konnte, obwohl ich das Manuskript schon fast fertig hatte.

Den Zielen der Mathematischen Bibliothek entspricht sowohl der Gegenstand, als auch – wie ich glaube – die Art der Behandlung, die ich versucht habe ihm angedeihen zu lassen.

Hannover, im Mai 1913.

RUDOLF ROTHE.

M289863

INHALT

Seite

Einleitung 1

I. Grundbegriffe und elementare Konstruktionen über kotierte Projektionen. §§ 1—22 2

II. Elementare Anwendungen. §§ 23—34 15

III. Darstellung der Geländeflächen. §§ 35—72 23

IV. Aufgaben und Anwendungen. §§ 73—93 46

EINLEITUNG

Eine Landkarte, die einen nicht zu großen Teil der Erdoberfläche darstellt, gibt im großen und ganzen das Bild wieder, das sich einem senkrecht darüber befindlichen Beobachter aus solcher Höhe darbietet, wo für ihn die Höhenunterschiede des Geländes unmerklich geworden sind. Um diese Höhenunterschiede in der Karte dennoch kenntlich zu machen, pflegt man eine genügende Anzahl von Punkten durch beigesetzte Höhenzahlen (Koten) zu bezeichnen, die ihre senkrechte Entfernung von einer gedachten Horizontalebene, meist dem Meeresspiegel, in einer gewählten Längeneinheit, z. B. in Metern, angeben. Auf diese Weise entsteht eine mehr oder weniger getreue Darstellung (kotierter Riß) der Erdoberfläche mit ihren Erhebungen und Senken; oder in allgemeinerer Bedeutung, es entsteht die Darstellung einer Geländefläche oder topographischen Fläche, worunter in der Regel eine solche verstanden wird, die von jeder Senkrechten in genau einem Punkte geschnitten wird; bei manchen, z. B. bei geologischen Betrachtungen, ist diese Bedingung freilich nicht immer erfüllt.

Eine auf der Fläche gelegene Linie, deren sämtliche Punkte die gleiche Höhe (Kote) haben, heißt Höhenlinie (Schichtlinie, Niveaulinie, Isohypse); sie ist die Schnittlinie der Geländefläche mit einer horizontalen Ebene. Ein abgelassener Teich läßt oft solche Schichtlinien, die Spuren früherer Wasserstände, an seinen Ufern erkennen.

Die Brauchbarkeit und Anschaulichkeit der Darstellung einer Geländefläche durch eine Karte gewinnt erheblich, wenn auf ihr eine genügende Anzahl von Schichtlinien verzeichnet ist, denen eine Einteilung der Fläche in Schichten gleicher Dicke entspricht. Auf dieser Darstellung einer Geländefläche durch ihre Schichtlinien beruht die Möglichkeit, auf zeichnerisch-

konstruktiven Wegen eine große Anzahl von Fragen und Aufgaben zu beantworten, wie sie in der Vermessungskunde, Kartographie, militärischen Topographie, Bauingenieurwissenschaft, Geologie, Bergbaukunde usw. vorkommen können. Die Ausführung der Methoden, die zur zeichnerischen Lösung solcher Fragen dienen, bildet ein wichtiges Kapitel der angewandten Geometrie, das sich aus praktischen Bedürfnissen heraus, ursprünglich nautischen und militärischen, entwickelt hat, zuerst in Frankreich, wo die Kenntnis derartiger Dinge noch bis vor hundert Jahren militärisch geheim gehalten wurde.

In dieses Gebiet, das zum Verständnis im allgemeinen nur wenige elementargeometrische Vorkenntnisse erfordert, und dessen Pflege wegen der sofort in die Augen springenden praktischen Verwendbarkeit besonders reizvoll und anregend ist, will die vorliegende Schrift eine Einführung geben.

Es wird zweckmäßig sein, zunächst auch auf einige grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen einzugehen, auf denen die alsdann zu besprechenden Probleme über Geländeflächen beruhen.

I. GRUNDBEGRIFFE UND ELEMENTARE KONSTRUKTIONEN ÜBER KOTIERTE PROJEKTIONEN

§ 1. Kotierte Projektion. – Ein Punkt P' des Raumes ist durch Angabe seiner senkrechten Grundrißprojektion P auf eine Horizontalebene (Rißebene, Zeichenebene) und seines senkrechten Abstandes k (Höhenzahl, Kote) von der Ebene eindeutig bestimmt: kotierte Projektion. Eine Karte mit Höhenangaben ist also eine geometrische Grundrißdarstellung eines Geländes durch kotierte Projektionen: kotierte Ebene.

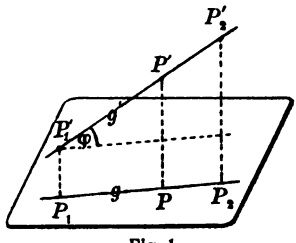

Fig. 1.

Zwei Punkte P_1' und P_2' bestimmen eine Gerade g'. Zur Ermittelung des Winkels φ, unter dem g' gegen die Horizontalebene geneigt ist, und der Entfernung $P_1'P_2'$ (Luftlinie)

konstruiert man in der Zeichenebene das rechtwinklige Dreieck mit den Katheten P_1P_2 und $P_2P_2^* = k_2 - k_1$, aus dem die gewünschten Größen mit Transporteur und Maßstab zu entnehmen sind (Fig. 1 und 2).

Übrigens heißt φ der **Fallwinkel**, $\operatorname{tg}\varphi$ das **Gefälle**, der **Anstieg** oder die **Böschung** der Geraden g'.

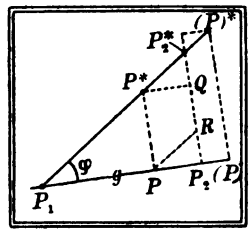

Fig. 2.

Da man es im folgenden immer mit der Zeichnung in der Rißebene zu tun hat, so spricht man in der Regel von dem Fallwinkel, dem Gefälle usw. der gezeichneten Geraden g, der Projektion von g', obwohl man darunter natürlich stets die Größen meint, die g' selbst zukommen. Darauf ist in Zukunft zu achten.

§ 2. **Maßstab der Zeichnung.** – Die Dimensionen der Zeichnung werden meist mit denen der Wirklichkeit nicht übereinstimmen, sondern geben sie in verkleinerten Maßstäben wieder. Verhalten sich z. B. die Horizontalentfernungen der Zeichnung zu denen der Wirklichkeit wie $1 : \alpha$ (bei den preußischen Meßtischblättern wie 1 : 25 000), die gezeichneten Höhen zu den wirklichen wie $1 : \beta$, so ist die wirkliche Entfernung nicht mehr

$$l = \sqrt{\overline{P_1P_2}^2 + (k_1 - k_2)^2},$$

sondern sie ist

$$L = \sqrt{\alpha^2 \cdot \overline{P_1P_2}^2 + \beta^2 \cdot (k_1 - k_2)^2},$$

und der Neigungswinkel im allgemeinen nicht φ, so daß

$$\operatorname{tg}\varphi = (k_2 - k_1) : \overline{P_1P_2},$$

sondern gleich Φ, so daß

$$\operatorname{tg}\Phi = \beta(k_2 - k_1) : \alpha\,\overline{P_1P_2}.$$

Nur wenn $\beta = \alpha$, wenn also Horizontalentfernungen und Höhen im selben Maßstab $1 : \alpha$ aufgetragen sind, ist $L = \alpha l$, $\Phi = \varphi$. Obwohl das praktisch selten angängig ist – meist ist $\beta < \alpha$;

Überhöhung −, wird es im folgenden, wo nichts anderes gesagt ist, doch der Einfachheit wegen stets vorausgesetzt, zumal viele Konstruktionen von der Wahl der Maßstäbe ganz unabhängig sind.

§ 3. **Einschalten eines Punktes.** – Die Figur 2 zeigt auch, wie man die Kote k eines beliebigen, auf g gelegenen Punktes P ermittelt, denn es ist $PP^* = k - k_1$. Sie zeigt ferner, wie man bei gegebener Kote k den zugehörigen Punkt P auf der Geraden g konstruiert: Man trägt, unter Rücksicht auf das Vorzeichen der Kotenunterschiede, auf $P_2P_2^* = k_2 - k_1$ die Strecke $k_2 - k$ ab, entweder von P_2^* aus bis Q und zieht dann die Parallele QP^* zu P_2P_1, oder besser von P_2 aus bis R und zieht dann die Parallele RP zu $P_2^*P_1$; wenn $k_2 - k_1$ und $k_2 - k$ verschiedenes Vorzeichen haben, muß man $k_2 - k$ an $P_2P_2^*$ antragen, wie es bei der Konstruktion von (P) geschehen ist. Übrigens sind diese Konstruktionen weder davon, daß $P_2P_2^* \perp P_2P_1$ ist, noch von dem gewählten Höhenmaßstab abhängig. Auch rechnerisch, sehr bequem und ausreichend genau mittels des Rechenschiebers, läßt sich die Kote von P nach der Formel

$$k = k_1 + \frac{P_2P}{P_1P_2} \cdot (k_2 - k_1)$$

bestimmen.

§ 4. **Graduierung einer Geraden.** – Durch Wiederholung der eben beschriebenen Konstruktion kann man auf einer durch zwei Punkte P_1P_2 eines kotierten Risses gegebenen Geraden g solche Punkte bestimmen, deren Koten von Einheit zu Einheit, oder von 10 zu 10 Einheiten oder dgl., fortschreiten, wie das in Fig. 3 mit speziellen Werten ausgeführt ist. An g ist unter beliebigem Winkel die Strecke $P_2P_2^*$ in Länge von 22,6 − 18,7 = 3,9 beliebigen Einheiten angetragen und auf ihr in denselben Einheiten

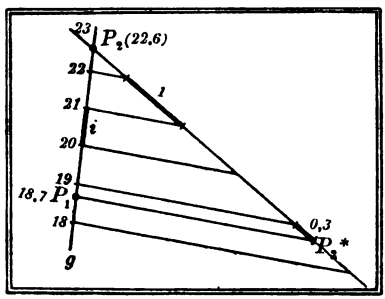

Fig. 3.

$22{,}6 - 22 = 0{,}6$, $22{,}6 - 21 = 1{,}6$ usw. abgetragen; die Parallelen durch die erhaltenen Punkte schneiden auf g die Graduierung oder den Gefällemaßstab aus. Die graduierte Gerade erscheint wie ein aus großer Höhe gesehener Steigbaum mit Sprossen.

§ 5. **Intervall.** – Die Entfernung zweier aufeinander folgender Punkte des Gefällemaßstabes einer graduierten Geraden, gemessen in der Rißebene, heißt ihr Intervall i, und eine leichte geometrische Überlegung oder auch die in § 2 gegebene Formel für das Gefälle ergibt $\operatorname{tg}\varphi = 1 : i$.

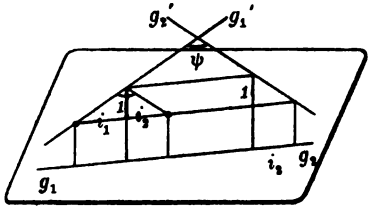

Fig. 4.

Je steiler also die Gerade ansteigt, um so kleiner ist ihr Intervall, um so enger ihre Graduierung.

§ 6. **Senkrechte Geraden.** – Zwei Geraden g_1', g_2' des Raumes schneiden sich dann und nur dann, wenn ihre Projektionen g_1, g_2 einen Punkt mit gleicher Kote gemeinsam haben; sie sind parallel, wenn g_1 parallel zu g_2 und zugleich $i_1 = i_2$ ist. Wenn g_1 und g_2 zusammenfallen, liegen g_1', g_2' in derselben lotrechten Ebene; der Winkel ψ von g_1' und g_2' ist in einem Dreieck zu finden (Fig. 4 u. 5), dessen Grundlinie durch Zusammenfügen von i_1 und i_2 entsteht, und dessen Höhe, die in dem i_1 und i_2 gemeinsamen Punkt zu errichten ist, gleich der Einheit des Höhenmaßstabes ist. Der Schnittwinkel ψ ist ein rechter, wenn die Höhe 1 die mittlere Proportionale zwischen i_1 und i_2 ist, d. h. wenn

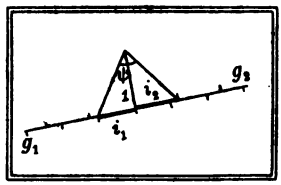

Fig. 5.

$$i_2 = 1 : i_1.$$

§ 7. **Ebene.** – Zwei sich schneidende oder parallele Geraden des Raumes bestimmen eine Ebene. Nachdem die beiden Geraden graduiert sind, lassen sich die Schichtlinien der Ebene als Verbindungsgeraden der Punkte gleicher Koten

konstruieren; sie sind also parallele Geraden. Wenn umgekehrt die Verbindungsgeraden je zweier und daher aller Punkte gleicher Koten auf zwei graduierten Geraden einander parallel sind, dann liegen die Geraden in einer Ebene, d. h. schneiden sich, wie in Fig. 6 g_1 und g_2, oder sind parallel, wie g_1 und g_3; andernfalls kreuzen sie sich, wie g_2 und g_3.

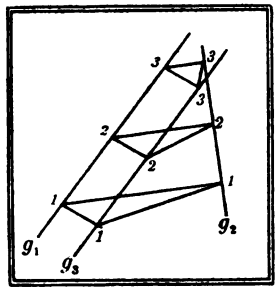

Fig. 6.

§ 8. **Gefällemaßstab.** – Die zu den Schichtlinien senkrechten Geraden der Ebene heißen ihre Fallinien[1]); durch die Schnittpunkte mit den Schichtlinien werden sie graduiert. Eine Ebene ist durch eine graduierte Fallinie, ihren Gefälle- oder Böschungsmaßstab, eindeutig gegeben; man pflegt ihn als graduierte Doppelgerade (Fig. 7) zu zeichnen, wobei die stärker ausgezogene oder mit einer Pfeilspitze markierte als die eigentliche Fallinie gelten soll. Der Gefällemaßstab einer Ebene erscheint danach wie eine aus großer Höhe gesehene Leiter mit ihren Sprossen.

§ 9. **Aufgabe.** Durch drei kotierte Punkte eine Ebene zu legen. – Man verbindet die Punkte durch drei Geraden, graduiert diese, zeichnet durch Verbindung gleichkotierter Punkte der Geraden die Schichtlinien der Ebene und danach senkrecht zu diesen den Gefällemaßstab (Fig. 7).

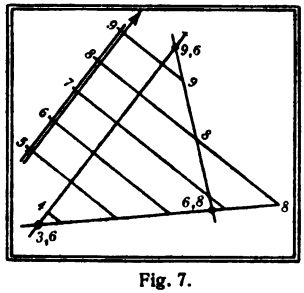

Fig. 7.

§ 10. **Fallen und Streichen.** – Der Fallwinkel φ der Fallinien heißt das Einfallen oder das Fallen der Ebene, $\operatorname{tg}\varphi$ ihre Böschung, die durch zunehmende Koten gegebene Richtung der Fallinien die Anstiegsrichtung der Ebene. Unter Streichrichtung versteht man diejenige Richtung der Schichtlinien – die daher bei der

1) In der Fig. 7 verläuft die Gerade 3,6 ... 9,6 zufällig wie eine Fallinie.

Ebene auch Streichlinien heißen —, von der aus man im mathematisch-positiven, d. h. dem Uhrzeigerlaufe entgegengesetzten Sinne um einen rechten Winkel zu drehen hat, um die Anstiegsrichtung der Ebene zu erhalten. Der Winkel σ, um den man von einer festen (SN)-Richtung aus im positiven Sinne zu drehen hat, um die Streichrichtung zu erhalten, heißt das Streichen der Ebene (Fig. 8).

Die Begriffe und Bezeichnungen des Fallens und Streichens einer Ebene sind dem Bergmanne und Geologen sehr geläufig, weil durch die leicht ausführbare Messung dieser Winkel an einem der Lage nach bekannten Orte auch die Lage der Ebene, z. B. einer erzführenden ebenen oder als nahezu eben anzunehmenden Schicht, vollständig bestimmt ist.

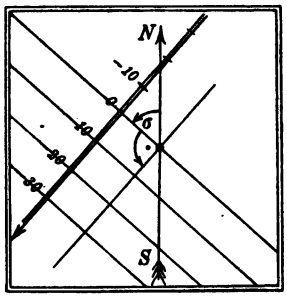

Fig. 8.

§ 11. Aufgabe. — Um die soeben angedeutete Aufgabe zu lösen, d. h. um in einer Karte die Ebene zu konstruieren, von der man an einem bekannten Punkte A ($k = 5{,}4$) das Fallen φ ($= 30^0$) und Streichen σ ($= 125^0$) beobachtet hat, legt man zunächst durch Antragen des Winkels σ an die SN-Richtung die Streichrichtung und weiter nach positiver Drehung um 90^0 die Anstiegsrichtung der Ebene fest. Ein rechtwinkliges Hilfsdreieck (Fig. 9a), in dem eine Kathete die Höheneinheit, der gegenüberliegende Winkel gleich φ ist, liefert als andere Kathete das Intervall einer Fallinie. Wählt man als Gefällemaßstab der Ebene die durch den Punkt A hindurchgehende Fallinie, so hat man von A aus in der Anstiegsrichtung $0{,}6 \cdot i$ abzutragen, um den Punkt der runden Kote 6 zu finden und danach die Graduierung vorzunehmen (Fig. 9).

Fig. 9a.

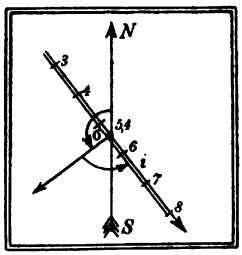

Fig. 9.

§ 12. **Schnittgerade.** — Zwei Ebenen schneiden sich in einer Geraden. In der Karte der Ebenen erhält man diese

und zugleich ihre Graduierung im allgemeinen als Ort der Schnittpunkte gleichkotierter Schichtlinien (Fig. 10).

Das Verfahren versagt jedoch um so mehr, je mehr die Schichtlinien der beiden Ebenen einander parallel werden. Dann schneidet man die beiden Ebenen (1) und (2) durch eine beliebige Hilfsebene (3) in geeigneter Lage, bestimmt die Schnittgeraden (1, 3) und (2, 3) und deren Schnittpunkt A, der auf der Schnittgeraden (1, 2) gelegen sein muß. Eine zweite Hilfsebene (4) bestimmt ebenso die Schnittgeraden (1, 4) und (2, 4) und deren Schnittpunkt B; durch A und B ist aber die gesuchte Schnittgerade (1, 2) völlig bestimmt (Fig. 11). Zweckmäßig, und in der Figur ist das so ausgeführt, wählt man die zweite Hilfsebene (4) so, daß ihr Gefällemaßstab der gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete zu dem von (3) ist. Da er ganz willkürlich ist, so genügt es zur wirklichen Ausführung der Konstruktion, die Schichtlinien der beiden gegebenen Ebenen durch zwei Parallelen p', p'' in beliebigem Abstand zu schneiden.

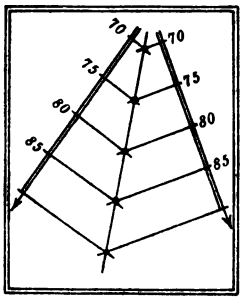

Fig. 10.

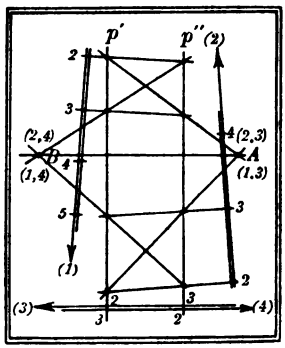

Fig. 11.

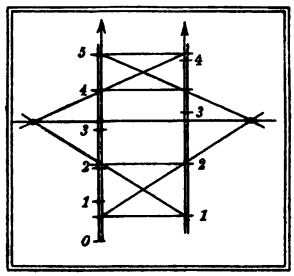

Fig. 12.

§ 13. Schnitt paralleler Ebenen. – Dieses Verfahren ist auch anwendbar, wenn die Schichtlinien der beiden gegebenen Ebenen, also auch ihre Gefällemaßstäbe genau parallel sind; man kann alsdann p', p'' mit diesen zusam-

menfallen lassen. Die Schnittgerade steht jetzt senkrecht auf den beiden Gefällemaßstäben, weil sie die gemeinsame Schichtlinie der beiden Ebenen ist (Fig. 12).

Für den Fall zweier Ebenen mit parallelen Schichtlinien läßt sich auch folgende Konstruktion ausführen. Man denke sich die Punkte gleicher Koten der beiden parallelen Gefällemaßstäbe durch Geraden verbunden; je zwei werden in ihrem Schnittpunkt wegen der Ähnlichkeit der entstehenden Scheiteldreiecke im Verhältnis der Intervalle der beiden Gefällemaßstäbe geteilt, sie haben also alle denselben Schnittpunkt *P*. Er muß ein Punkt der gesuchten Schnittgeraden sein, weil auch diese zwei Punkte gleicher Koten verbindet. Die Schnittgerade ist also das Lot durch *P* auf den gegebenen Gefällemaßstäben (Fig. 13).

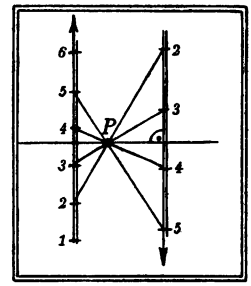

Fig. 13.

§ 14. **Ebenen gleicher Böschung.** – Jeder Punkt der Schnittgeraden zweier Ebenen gleicher Böschung hat von zwei gleichkotierten Streichlinien der Ebenen dieselbe Entfernung; denn (Fig. 14) *PA* und *PB* sind Stücke zwischen gleichkotierten Punkten auf gleichgraduierten Fallinien. Die Schnittgerade halbiert ferner in der Horizontalprojektion den Winkel der beiden Schichtlinien; das folgt aus der Kongruenz der beiden rechtwinkligen Dreiecke *PAC* und *PBC*.

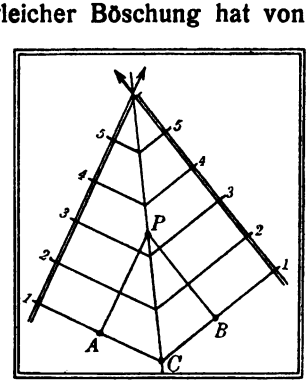

Fig. 14.

Diese Sätze gelten auch, wenn die gerichteten Fallinien der beiden Ebenen miteinander einen gestreckten Winkel bilden. Die Schnittgerade ist dann die Streichlinie, die durch den beiden Fallinien gemeinsamen Punkt derselben Kote hindurchgeht.

§ 15. **Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene.** – Man legt durch die gegebene Gerade *g* (Fig. 15) eine beliebige

Hilfsebene, von der irgend zwei Streichlinien genügen, und ermittelt deren Schnittpunkte mit den gleichkotierten Schichtlinien der gegebenen Ebene; damit ist die Schnittgerade s beider Ebenen bestimmt, und dadurch der gesuchte Punkt P als Schnittpunkt von s mit g. Sind die Schnittgerade und die gegebene Gerade einander parallel, wie in der Figur s_1 und g_1, so ist auch die gegebene Gerade der Ebene parallel; ihr Gefällemaßstab kann mit demjenigen zur Deckung gebracht werden, den die Streichlinien auf ihr ausschneiden.

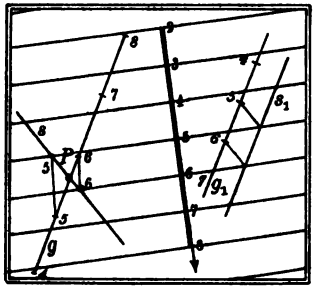

Fig. 15.

Um den Abstand der Ebene von der parallelen Geraden zu bestimmen, ist nur von irgendeinem ihrer Punkte ein Lot auf die Ebene zu fällen und dessen Länge zu ermitteln, wie das sogleich gezeigt werden wird.

§ 16. **Lot von einem Punkte auf eine Ebene.** – Man legt durch den gegebenen Punkt P (Fig. 16) eine Vertikalebene, die zugleich auf der gegebenen senkrecht steht, sie demnach in einer Fallinie, also in einer Parallelen zum gegebenen Gefällemaßstab e der Ebene schneidet. Das gesuchte Lot steht auf dieser Fallinie senkrecht; nach § 6 ist demnach seine Graduierung entgegengesetzt und sein Intervall reziprok zu dem des Gefällemaßstabes e, also aus dem in der Figur angegebenen Dreieck ABC zu entnehmen. Das graduierte Lot l stellt zugleich den Gefällemaßstab einer Ebene dar, die die gegebene längs einer Schichtlinie schneidet, nämlich derjenigen, die durch den Fußpunkt F des Lotes geht. Man konstruiert diese nach § 12, Fig. 12 und danach die wahre Lotlänge FQ nach § 1, wobei in der Figur PR die Höheneinheit ist.

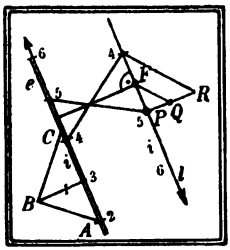

Fig. 16.

Zur Konstruktion des Fußpunktes des Lotes ist übrigens nur erforderlich, seinen Durchschnittspunkt mit der Ebene wie oben (§ 15) zu ermitteln.

§ 17. Kürzester Abstand zweier windschiefer Geraden. – Man legt (Fig. 17) durch einen beliebigen Punkt (1) der einen Geraden g_1 eine Parallele p zur zweiten g_2, so daß also p und g_2 gleiche Graduierung haben. Durch p und g_1 ist eine zu g_2 parallele Ebene bestimmt, deren Schichtlinien sich durch Verbindung gleichkotierter Punkte von p und g_1 ergeben; e sei ihr Gefällemaßstab. Nun fällt man von irgendeinem Punkte C (= 3) von g_2 ein Lot CD auf diese Ebene, entsprechend dem Vorhergehenden: das Dreieck mit dem rechten Winkel bei H, dessen Höhe gleich der Einheit des Höhenmaßstabes ist, liefert das Intervall, das zu dem von e reziprok ist, und mit dem die durch C parallel zu e gezogene Gerade q entgegengesetzt zu e graduiert wird; vom Schnittpunkt S der Verbindungsgeraden 2–2, 4–4 gleichkotierter Punkte auf q und e ist die Senkrechte SD auf q gefällt, die den Fußpunkt D des gesuchten Lotes ergibt. Durch ihn zieht man die Parallele zu g_2, die g_1 im Fußpunkt A des gesuchten kürzesten Abstandes schneidet. Den anderen Endpunkt B findet man durch $AB \parallel CD$.

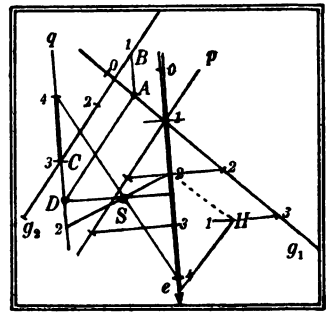

Fig. 17.

§ 18. Drehen einer Ebene um eine Streichlinie in die horizontale Lage. – Es kommt oft vor, daß man in einer durch ihren Gefällemaßstab gegebenen Ebene Messungen von Winkeln oder Längen, oder Konstruktionen maßstäblicher Natur auszuführen hat; das ist nicht ohne weiteres möglich, wenn die Ebene nicht horizontal ist. Man hat sie vielmehr erst in die horizontale Lage zu bringen, zweckmäßig durch Drehung um eine Streichlinie. Es sei (Fig. 18) AB (Kote 0) diese Streichlinie einer Ebene, deren Gefällemaßstab rechts in der Figur zu sehen ist. Durch Drehung geht die Schar der Streichlinien in eine andere dazu parallele Schar über, die mit der ursprünglichen die Streichlinie AB gemeinsam hat. In horizontaler Lage der Ebene ist der Abstand zweier Streichlinien mit dem ursprünglichen Höhenunterschied 1 die

Hypotenuse in dem Dreieck, dessen Katheten das ursprüngliche Intervall i und die Einheit des Höhenmaßstabes sind (in der Figur links angegeben). Bei der Drehung beschreibt jeder Punkt C einen Kreis, dessen Ebene zu AB senkrecht ist und daher die Rißebene in dem Lot CH auf AB schneidet. Um also den Punkt C^* zu finden, in den C nach der Drehung übergeht, hat man nur die mit C gleichkotierte Schichtlinie nach der Drehung mit diesem Lot zum Schnitt zu bringen.

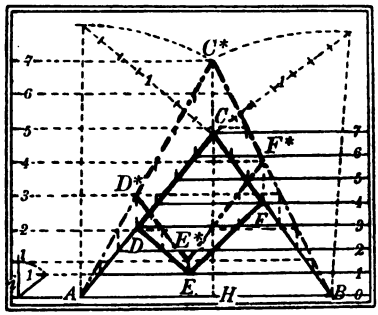

Fig. 18.

Auf diese Weise läßt sich die wahre Gestalt einer Figur $CDEF$ der gegebenen Ebene als $C^*D^*E^*F^*$ konstruieren; also auch z. B. die wahre Größe des Schnittwinkels zweier Geraden AC und BC als Winkel AC^*B. Eine nützliche Kontrolle besteht in der Konstruktion der wahren Längen von AC und BC als AC^* und BC^* nach § 1, wie in der Figur angegeben.

Da der Schnittwinkel zweier Ebenen der Winkel ist, den zwei sich schneidende Fallinien miteinander einschließen, so ist er ebenfalls leicht zu konstruieren.

Durch Umkehrung der Konstruktion kann man eine gegebene Figur in eine durch ihren Gefällemaßstab gegebene Ebene einzeichnen.

§ 19. **Böschungskegel.** — Alle durch denselben Punkt gehenden Ebenen gleichen Gefälles umhüllen einen geraden Kreiskegel, den Böschungskegel. Die Böschung der Ebenen heißt auch die des Kegels. Seine Schichtlinien werden durch konzentrische Kreise dargestellt, deren Mittelpunkt die Projektion des Scheitels des Kegels ist. Die Radien der Kreise stellen die Mantelgeraden des Kegels dar, und stimmen, in geeigneter Weise durch die Schichtkreise des Kegels graduiert, auch mit den Gefällemaßstäben der Ebenen überein.

§ 20. Der Böschungskegel kann zur Konstruktion folgender Aufgaben benutzt werden:

1. In einer gegebenen Ebene durch einen gegebenen Punkt die Geraden von gegebenem Anstieg zu zeichnen. Man mache den Punkt zur Spitze des Böschungskegels vom gegebenen Anstieg; seine Schnittlinien mit der Ebene sind die gesuchten Geraden. Zu ihrer Konstruktion genügt es, irgendeinen Schichtkreis des Kegels mit der gleichkotierten Streichlinie der Ebene zum Schnitt zu bringen (Fig. 19).

2. Durch eine gegebene Gerade die Ebenen von gegebener Böschung zu legen. Man mache irgendeinen

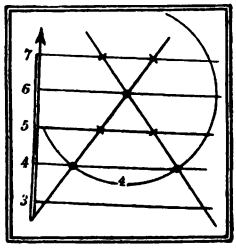

Fig. 19.

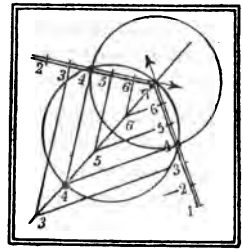

Fig. 20.

Punkt der Geraden zur Spitze eines Kegels der gegebenen Böschung; die gesuchten Ebenen sind diejenigen seiner Berührungsebenen, die durch die gegebene Gerade gehen. Man konstruiert sie, indem man von irgendeinem zweiten Punkte der Geraden die beiden Tangenten an den mit ihm gleichkotierten Schichtkreis des Kegels legt (Fig. 20).

Die Lösungen beider Aufgaben werden nicht reell, wenn die Böschung der Ebenen größer ist als die der Geraden.

§ 21. **Kreiszylinder, schiefer Kreiskegel, Kugel.** – Die Schichtlinien eines schiefen Kreiszylinders mit horizontaler Grundfläche sind Kreise vom selben Radius, deren Mittelpunkte auf der entsprechend der Neigung graduierten Zylinderachse liegen. Ist der Zylinder gerade, so lagern sich alle Schichtkreise kongruent übereinander.

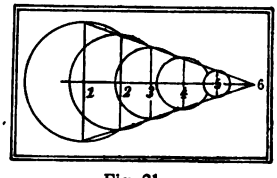

Fig. 21.

Die Schichtlinien eines schiefen Kreiskegels mit horizontaler Grundfläche sind Kreise, deren Mittelpunkte auf der

graduierten Projektion der Kegelachse liegen, und deren Radien sich am einfachsten aus demjenigen durch die Achse gelegten ebenen Schnitte ergeben, dessen Schnittfigur ein gleichschenkliges Dreieck ist (Fig. 21).

Die Figur 22 zeigt die Darstellung der oberen Hälfte eines geraden Kreiszylinders mit horizontaler Achse; seine Schichtlinien sind parallele Geraden, seine Halbkreise stellen sich dar als Geraden, die die Schichtlinien senkrecht durchsetzen und von ihnen nach einem leicht aufzustellenden Gesetze ungleichmäßig graduiert werden.

Eine entsprechende Darstellung tritt offenbar auch auf bei einem Zylinder mit beliebigem Querschnitt, wenn nur seine erzeugenden Geraden horizontal verlaufen.

Sind die erzeugenden Geraden des Zylinders nicht horizontal, so bestehen seine Schichtlinien aus kongruenten Kurven, die aus einer von ihnen durch

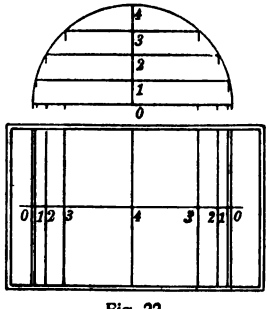

Fig. 22.

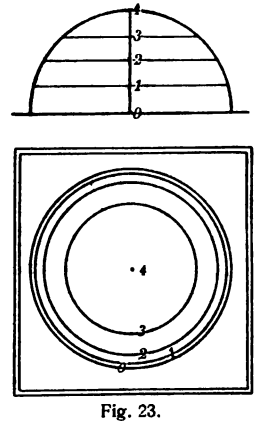

Fig. 23.

Verschiebung längs der Geraden hervorgehen; aus der Figur 70 Seite 48 ist ein Beispiel dafür zu entnehmen.

Die Schichtlinien einer Halbkugel sind konzentrische Kreise, deren Radien sich aus einem Vertikalschnitt der Kugel ergeben (Fig. 23).

§ 22. Von andern gekrümmten Oberflächen, die sich durch ihre Schichtlinien in einfacher Weise darstellen lassen, seien hier nur beispielsweise folgende erwähnt:

1. Wenn man die gleichkotierten Punkte zweier windschiefer Geraden geradlinig verbindet, so ergibt sich eine

windschiefe Fläche mit geradlinigen Schichtlinien, ein hyperbolisches Paraboloid (Fig. 24). Sein Umriß, aus sehr großer Höhe von oben gesehen, ist eine Parabel, die auch in der Figur deutlich erkennbar ist.

2. Der Leser versuche, die Schichtlinien einer gemeinen Schraubenfläche mit senkrechter Achse darzustellen, und zwar etwa eine vollständige Windung mit der Ganghöhe 8 Höheneinheiten. Man kann sie sich vorstellen als Wendeltreppe, von der je 8 Stufen einen Umgang bilden.

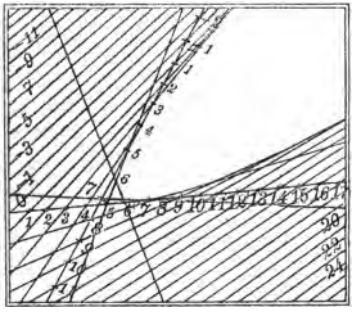

Fig. 24.

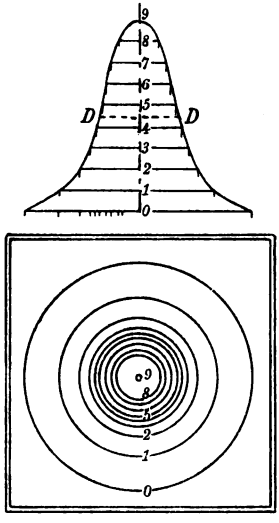

Fig. 25.

3. Die Darstellung einer Umdrehungsfläche mit vertikaler Drehachse durch ihre Schichtlinien ergibt ein System konzentrischer Kreise, deren Radien aus einem Achsenschnitt der Fläche entnommen werden können (Fig. 25).

II. ELEMENTARE ANWENDUNGEN

§ 23. In diesem Abschnitte wird es sich darum handeln, die Verwendbarkeit der vorher entwickelten Konstruktionen an einigen einfachen Aufgaben zu zeigen. Der Leser wird finden, daß diese Aufgaben fast sämtlich ihre Anregung gewissen praktischen Fragen verdanken, von denen sie, freilich zunächst unter sehr vereinfachenden Annahmen, sozusagen den geometrischen Kern bilden. Es wird für den Leser, der

sich damit auch nur ein wenig vertraut machen will, wohl unerläßlich sein, die eine oder andere der Aufgaben selber zeichnerisch auszuführen. Die einfachsten Zeichenmittel genügen dazu.

§ 24. **Aufführung eines Dammes.** — Zwei ebene geneigte Hänge mögen ein Tal bilden, dessen tiefste Linie, der Talweg, die Schnittgerade der beiden Ebenen (§ 12) ist. Es soll ein aus ebenen Flächen gebildeter Damm von gegebenem trapezförmigem Querschnitte, oder auch von gegebener Breite und gegebenen Böschungen (§ 10), aufgeführt werden, von dem die Mittellinie der Dammkrone zwei gegebene gleichkotierte Punkte der beiden Hänge geradlinig verbindet.

Man ziehe Parallelen zur Verbindungslinie der beiden gegebenen Punkte *A*, *B* (Fig. 26), und zwar zunächst die beiden die Dammkrone begrenzenden Geraden, sodann je noch irgendeine andere der Schichtgeraden beider Böschungen, deren

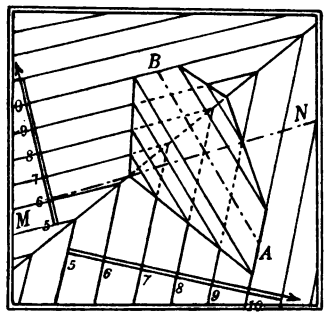

Fig. 26.

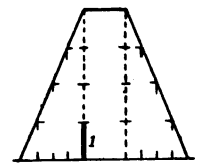

Fig. 26a.

senkrechte Abstände von der Mittellinie aus dem gegebenen Dammprofil (Fig. 26a) zu entnehmen sind. Die Schnittpunkte dieser Schichtgeraden mit der gleichkotierten der beiden gegebenen Ebenen (§ 12) sind mit den Ecken des Dammes durch Geraden zu verbinden, die sich auf dem Talwege schneiden müssen.

Bei der Ausführung der Zeichnung sind nur die sichtbaren Teile der Schichtlinien auszuziehen.

§ 25. **Querprofil.** — Durch die in der vorigen Figur 26 gegebene Geländeanordnung längs einer gegebenen Richtung *MN* einen Vertikalschnitt (Querprofil) zu legen.

Da die Begrenzung des verlangten Querprofils nur aus

geradlinigen Stücken zusammengesetzt ist, genügt es, von jedem dieser Stücke zwei Punkte zu ermitteln. Man zeichnet die horizontale Gerade 6—6 und mittels des gegebenen Höhenmaßstabs die erforderlichen Horizontalen in den verschiedenen Höhen, auf denen man, ausgehend von *M*, die horizontalen Abstände der Punkte des gesuchten Querprofils abzutragen hat (Fig. 27).

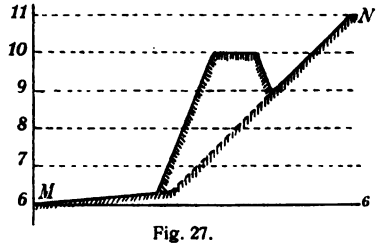

Fig. 27.

§ 26. Anlage eines ebenen Platzes. — Konstruktion eines rechteckigen ebenen Platzes in gegebener Höhe (5) in einem durch zwei ebene Hänge begrenzten Gelände. Böschung (§ 10) des Planums im Auftrage 2 : 3, im Abtrage 3 : 1.

Man bestimmt zunächst die Schnittpunkte *A*, *B*, *C*, *D* der gleichhohen Schichtlinien (5) der beiden Geländeebenen mit der Begrenzungslinie des Platzes, wodurch ersichtlich wird, an welchen Teilen aufgeschüttet und an welchen abgetragen werden muß (Fig. 28). Nachdem man aus den gegebenen Böschungen die Intervalle (§ 5) und damit die Gefällemaßstäbe (§ 8) der Böschungsebenen ermittelt hat (vgl. die Nebenfigur 28 a), genügt es, von den Ebenen einige Streichlinien (zur Kontrolle mehr als nötig) zu zeichnen und ihre Schnittgeraden mit den Geländeebenen und untereinander zu bestimmen (§ 12); letztere müssen (§ 14) die Schichtlinienwinkel (hier rechte), also auch die (hier ebenfalls rechten) Winkel der Begrenzung des Platzes halbieren. Zu beachten ist beson-

Fig. 28a.

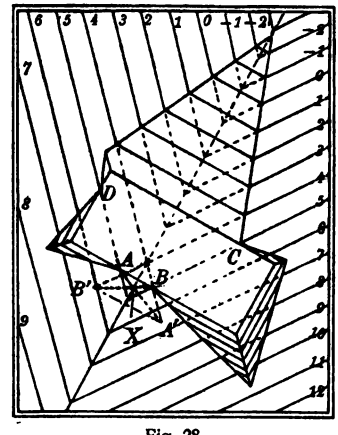

Fig. 28.

ders die Konstruktion des Böschungseckpunktes X talaufwärts, der als Schnittpunkt von AA', BB' und dem Talweg beider Geländeebenen erhalten wird, wobei A', B' die Schnittpunkte der Böschungsschichtlinie 4 mit den, hier über den Talweg hinaus zu verlängernden Streichlinien 4 der Geländeebenen sind.

§ 27. **Weg gegebener Steigung.** – Auf einem gegebenen ebenen Hange von einem gegebenen Punkte aus einen geraden Weg gegebener Steigung anzulegen, dessen Breite und Böschungen gegeben sind. Steigung 20 % = 1:5, Böschung im Abtrag 3:1, in der Aufschüttung 2:3 (Fig. 29).

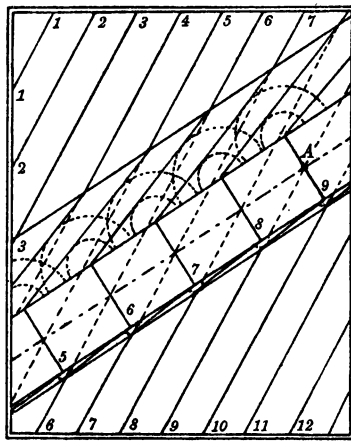

Fig. 29.

Man stelle sich aus der gegebenen Steigung des Weges zunächst das Intervall seiner Mittellinie her (Fig. 29a) und zeichne sie in das gegebene Gelände ein mittels der Böschungskegel, wie in § 20 angegeben: zweckmäßig trägt man immer von dem gegebenen Punkte A aus das Intervall, sein Doppeltes, Dreifaches usw. ab, und stellt zur Kontrolle fest, ob die erhaltenen Punkte der Streichlinien auf einer Geraden liegen. In diesen Punkten trägt man senkrecht zur Mittelgeraden die gegebene Wegebreite auf, wodurch die Berandungen des Weges gefunden und zugleich graduiert werden. Durch diese hat man die Böschungsebenen zu legen, ebenfalls mittels der Böschungskegel, wie in § 20 gezeigt. Die Radien der zu zeichnenden Schichtkreise der Böschungskegel sind gleichfalls aus Fig. 29a zu entnehmen.

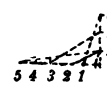

Fig. 29a.

§ 28. **Streichen und Fallen einer Ebene.** – An den Böschungsebenen eines Eisenbahneinschnitts beobachtet man die Grenzlinie (Ausbißlinie, d. h. Schnitt mit der Oberfläche)

einer ebenen geologischen Schicht. Es ist Streichen und Fallen (§ 10) der Schicht zu bestimmen.

Man ermittelt die Schichtlinien der gesuchten ebenen Schicht durch Verbindung der gleichkotierten Schnittpunkte der beiden beobachteten Geraden und der Schichtlinien der Böschungen. Jene Schichtlinien müssen parallel und aequidistant sein, wenn anders die beobachtete Schicht nicht eben ist. Dadurch ist der Gefällemaßstab und damit nach § 10 das Streichen und Fallen bestimmt. Der Streichwinkel ist in der Figur 30 durch einen Bogen angedeutet.

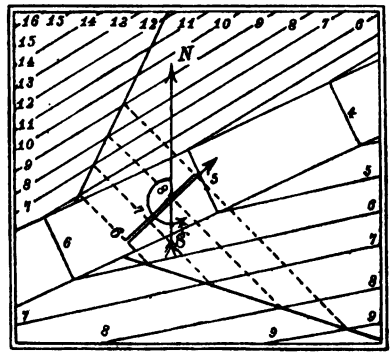

Fig. 30.

§ 29. **Dachausmittelung.** – Unter Dachausmittelung versteht man im darstellend-geometrischen Sinne die Konstruktion von (im allgemeinen) ebenen Dachflächen gegebener Böschung auf einem gegebenen geradlinigen Gebäudegrundriß. Hierbei wird vor allem von den Sätzen des § 14 über den Schnitt zweier Ebenen gleichen Gefälles Gebrauch gemacht. Jedoch ist zu bemerken, daß sich nicht allgemeine Gesichtspunkte zur Konstruktion von Dachflächen angeben lassen, und vor allem, daß die im folgenden ausgeführten Konstruktionen nicht immer in der Praxis der Architekten Verwendung finden; das liegt sowohl in mancherlei Zweckmäßigkeitsgründen wie auch an ästhetischen Rücksichten. Hier sollen nur einige einfache Dachausmittelungen als Anwendungen gegeben werden.

§ 30. Aufgabe. – Ein Gebäude mit viereckigem Grundriß und überall gleich hohen Mauern zu decken. Der Gefällemaßstab des Daches ist gegeben.

Nach § 14 sind die Schnittlinien benachbarter Dachflächen die Winkelhalbierenden der Schichtlinien, zu denen auch die horizontalen Begrenzungen gehören. Dadurch entstehen

(Fig. 31) an den kürzeren Viereckseiten dreieckige Bedachungen, an den längeren viereckige, deren Schnittgerade, die „Firstlinie" des Daches, durch Verbindung der Dreiecksspitzen erhalten wird. Sie ist im allgemeinen nicht horizontal. Aus ästhetischen Rücksichten pflegt man daher den über dem tiefsten Punkt der Firstlinie gelegenen Dachteil gesondert mit so flachem Gefälle zu decken, daß dieser Teil des Daches von unten praktisch nicht sichtbar ist. Man führe eine solche Konstruktion aus.

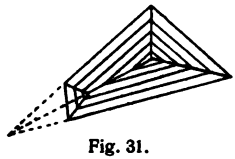

Fig. 31.

§ 31. Da sich drei nicht parallele Ebenen stets in einem Punkte treffen, so muß von dem Schnittpunkte zweier Schnittlinien, die zwei Dachebenen miteinander bilden, stets eine dritte Schnittlinie ausgehen. Daher geht auch die Firstlinie durch den Schnittpunkt der beiden Dachkanten der in ihr zusammentreffenden Dächer hindurch; sie halbiert auch deren Winkel (Fig. 31). Sind demnach diese beiden Dachkanten parallel, so ist auch die Firstlinie parallel und daher horizontal.

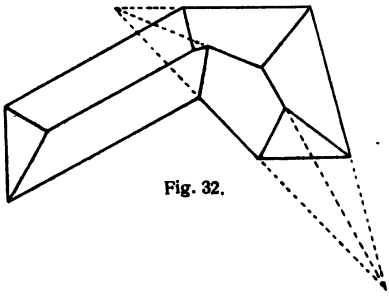

Fig. 32.

Diese Bemerkungen erleichtern oft die Konstruktionen. Ein Beispiel mit einer einspringenden Ecke gibt Figur 32.

§ 32. **Aufschüttung einer Halde.** — Von einer horizontalen Ebene (Fig. 33, Höhe 50), an die sich ein ebener Abhang anschließt, ist ein horizontales Geleise *gg* auf Trägern über den Abhang hinausgebaut, um von dort Schlacken auf den Abhang zu kippen. Das Geleise geht erst gerade, dann im Halbkreise, dann wieder gerade zurück. Die Böschung der Halde ist gegeben.

Bei voller Aufschüttung besteht die Halde, soweit das Geleise geradlinig ist, aus je zwei dachartig aneinandergesetzten Ebenen; ihr Gefällemaßstab ist aus der gegebenen Böschung zu konstruieren. Längs des halbkreisförmigen Geleises be-

steht die Halde aus zwei geraden Kegeln, die einander längs des Geleises durchdringen. Ihre Böschung stimmt mit der gegebenen ebenfalls überein; ihre Spitzen liegen vertikal zum Mittelpunkte des kreisförmigen Geleiseteils im Querprofil (Fig. 33a) bei S_1 und S_2. Die Kegel schneiden die Geländeebenen in zwei Kegelschnitten (Ellipsen – wie in der Figur 33 –, Parabeln oder Hyperbeln, je nachdem die Böschung des ebenen Abhanges kleiner, ebensogroß oder größer als die der Halde ist); ihre großen Hauptachsen liegen in der Symmetrieebene des Geleises. Ein Profil durch

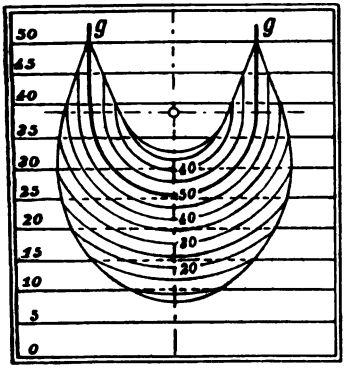

Fig. 33.

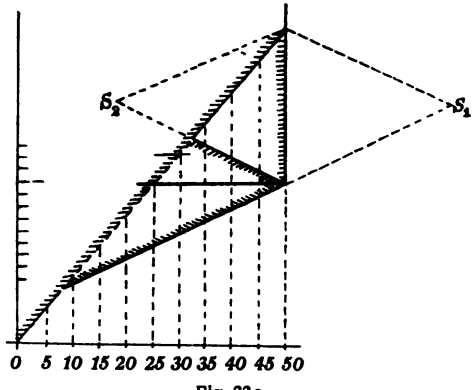

Fig. 33a.

diese gibt auch die Längen der Hauptachsen und die Mitten der Ellipsen; dazu senkrechte Querschnitte durch die Ellipsenmitten liefern die Längen der kleinen Achsen. Daraus lassen sich bekanntlich die Ellipsen konstruieren. Auf ihnen schneiden sich gleichkotierte Schichtlinien der Geländeebene und der Haldenfläche, nämlich sowohl der Böschungsebenen wie der Böschungskegel; diese Schnittpunkte werden daher beim Ziehen der Ellipsen von Nutzen sein.

§ 33. **Ausschachten einer Grube.** – An einem ebenen Abhang soll eine Grube mit kreisförmiger horizontaler Grundfläche und gegebener Böschung ausgeschachtet werden.

Die Lösung dieser Aufgabe ist der vorigen ähnlich und in Figur 34 angegeben. Der Grubenrand ist eine Ellipse,

deren Mittelpunkt und Hauptachsen aus dem Querprofil (Fig. 34a) zu entnehmen sind. Auf der Horizontalprojektion dieser Ellipse schneiden sich die gleichkotierten Streichlinien

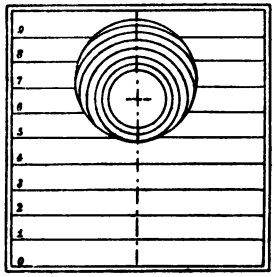

Fig. 34.

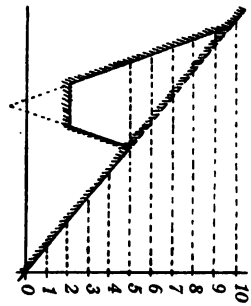

Fig. 34a.

der Geländeebene und die Schichtkreise des Böschungskegels.

§ 34. **Tunnelmündung.** – An einem ebenen geneigten Abhang soll eine Tunnelmündung angelegt werden. Die horizontale Mittelachse des Tunnels und sein Querschnitt sind gegeben;

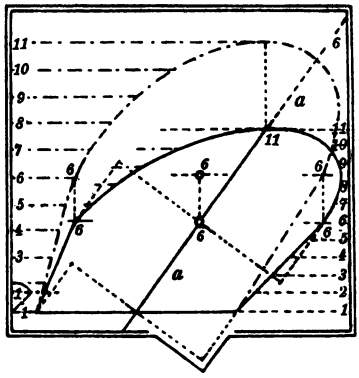

Fig. 35.

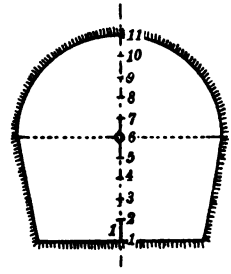

Fig. 35a.

die Tunnelmündung ist auch in wahrer Gestalt zu konstruieren.

In Fig. 35 sei rechts der Gefällemaßstab der gegebenen Geländeebene, *a* (Kote 6) die Tunnelachse, Fig. 35a sei der gegebene Querschnitt. Da die Gerade *a a* zugleich die Schnittgerade der vertikalen Schnittebene längs der Tunnelachse

mit der Zeichenebene, und nachdem sie durch die gegebenen Streichlinien graduiert ist, auch mit der gegebenen Ebene angibt, braucht man nur senkrecht zu ihr in den Punkten mit den entsprechenden Koten die Querdimensionen des Tunnels, wie sie das Profil angibt, abzutragen und in den Endpunkten Parallelen zur Tunnelachse zu ziehen; diese ergeben die Schichtlinien des die Tunnelwand darstellenden Zylinders. Ihre Schnittpunkte mit gleichkotierten Schichtlinien der gegebenen Ebene sind Punkte der gesuchten Tunnelmündung. Die wahre Gestalt dieser Tunnelmündung ist durch Drehen der Ebene um die Schichtlinie der Tunnelsohle in die horizontale Lage nach § 18 zu bestimmen: der Abstand der Streichlinien nach der Drehung ist die Hypotenuse in einem Dreieck, dessen Katheten das ursprüngliche Intervall und die mit 1 bezeichnete, aus dem gegebenen Profil zu entnehmende Einheit des Höhenmaßstabs sind (vgl. links in der Figur 35).

Bei der Ausführung des in Fig. 35 gezeichneten Beispiels, bei dem das Profil aus einem symmetrischen Trapez und einem darüber gesetzten Halbkreise besteht, genügt es, die vier Ecken des Trapezes und den obersten Punkt des Halbkreises festzulegen. Denn die entstehenden Figuren der Tunnelmündung in der Karte und in wahrer Gestalt bestehen alsdann in einem Viereck und einer darüber gesetzten Halb-Ellipse, in der die ursprünglichen horizontalen und vertikalen Kreishalbmesser konjugierte Halbmesser geworden sind; die Ellipsen sind daher leicht zu zeichnen, wie das in den Elementen der darstellenden Geometrie gezeigt wird.

III. DARSTELLUNG DER GELÄNDEFLÄCHEN

§ 35. **Hauptschichtlinien.** – In der Einleitung wurde bereits von der Darstellung einer Geländefläche durch ihre Schichtlinien, die Schnittkurven mit horizontalen Ebenen, gesprochen, und in den vorhergehenden vorbereitenden Abschnitten ist davon auch schon bei der Darstellung der einfachen Flächen – Ebene, Zylinder, Kegel, Kugel – Gebrauch gemacht worden.

Im folgenden sei nun die Gestalt der Geländefläche willkürlich angenommen, jedoch vorausgesetzt, daß sie im allgemeinen glatt genug verlaufe, so daß man sie durch die gezeichneten Schichtlinien als hinreichend gegeben ansehen kann. Diese Schichtlinien, die gewöhnlich Schichten gleicher Dicke entsprechen, und deren Koten auch gewöhnlich runde Zahlen sind, werden bisweilen Hauptschichtlinien der Fläche genannt.

Die kotierte Projektion der Hauptschichtlinien eines Geländes auf eine horizontale Zeichenebene liefert bei nötiger Verkleinerung eine Karte oder einen Plan des Geländes. Allen folgenden Betrachtungen wird ein solcher Plan zugrunde gelegt; an ihm können alle Konstruktionen usw. ausgeführt werden. Daher werden im folgenden auch unter Schichtlinien, Fallinien usw. schlechtweg ihre Abbildungen (d. h. verkleinerten Projektionen) auf einer Karte verstanden, wenn nicht etwa aus dem Zusammenhange hervorgeht, daß die Originale des Geländes selbst gemeint sind.

§ 36. **Zeichnerische Bemerkungen.** – Zunächst mögen einige Notizen über die zeichnerische Ausführung der Konstruktionen eingeflochten werden, von denen im folgenden die Rede sein wird. In den beiden vorhergehenden Abschnitten war fast alles mit dem Lineal, dem Zirkel, Maßstab und Transporteur ausführbar. Diese elementaren Geräte werden im folgenden nicht immer genügen, wie das in der Natur der Sache liegt, wenn sich die Konstruktionen nicht auf gerade Linien und Kreise beschränken sollen.

Oft wird es von Vorteil oder geboten sein, die Konstruktionen nicht an der vorhandenen Karte selbst auszuführen. Dann zeichnet man sich den erforderlichen Teil des Geländes auf ein besonderes Zeichenblatt ab, entweder mittels Pauspapiers, nachdem man eine Anzahl wichtiger Punkte und etwa das Gradnetz besonders festgelegt hat, oder besser und genauer mit einem Storchschnabel (Pantographen).

Man kann dann zugleich die herauszuzeichnenden Teile der Karte in vergrößertem Maßstabe wiedergeben, was oft sehr nützlich ist. Für die hier in Frage kommenden Zwecke genügt meist ein ganz einfacher Apparat, wie er für weniges Geld zu haben ist. Man wird ihn nötigenfalls ein wenig justieren und seine Vergrößerung prüfen müssen.

§ 37. Der **Storchschnabel** (Pantograph; Christoph Scheiner, † 1650) besteht (Fig. 36) aus zwei durch eine Parallelogrammführung ($CD = ES$, $CE = DS$) verbundenen Stangen AC und BC mit gemeinsamem Drehpunkt C; aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ADS und ACB folgt $AS : AB = AD : AC$. Wenn also der Punkt A des Apparates am Zeichentisch oder Reißbrett festgemacht wird, bei S sich ein über der abzuzeichnenden Karte beweglicher Fahrstift (scharfe Spitze, die durch eine daneben angebrachte ein wenig längere Stütze dicht über der Karte geführt wird), bei B der auf dem Papier zeichnende Bleistift befindet, so liefert der letztere eine Vergrößerung im Verhältnis $AD : AC$. Ist $SB' = AC$, so beschreibt B' dieselbe Figur wie S.

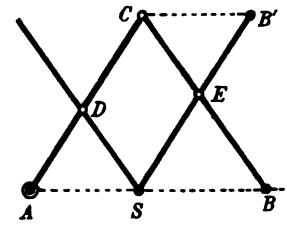

Fig. 36.

§ 38. **Glatte Kurve.** – Oft kommt die Aufgabe vor, durch eine Reihe passend gegebener Punkte eine glatte Kurve zu legen. Man darf nicht vergessen, daß diese Aufgabe bis zu einem gewissen Grade willkürlich ist, weil der Begriff der „glatten Kurve" nicht bestimmt genug ist. Man zieht eine solche Kurve mit Benutzung des Kurvenlineals. Auch die Schichtlinien sind so zu zeichnen, aber nicht wie es manchmal zu sehen ist, mit willkürlichen Wellen und Zacken dazwischen, die manche Konstruktionen ganz unausführbar machen würden.

§ 39. **Spiegellineal.** – Um an eine durch Zeichnung gegebene ebene Kurve in einem gegebenen Punkte die Tangente oder Normale zu konstruieren, bedient man sich zweckmäßig eines Spiegellineals, d. h. eines Lineals, das an einer zur Zeichenebene senkrechten ebenen Seitenfläche das Spiegelbild der gezeichneten Kurve erkennen läßt. Dreht man es solange um den gegebenen Punkt, bis Spiegelbild und gezeichnete Kurve ohne merklichen Knick ineinander überzugehen scheinen, so ist die Schnittgerade der Spiegel- und Zeichenebene Normale der Kurve, ihre Senkrechte im gegebenen Berührungspunkte also die Tangente.

Als Spiegellineal läßt sich ein mit einer geraden Kante versehener, und, damit die Vorderfläche, nicht die Hinterfläche

spiegelt, schwarz hinterlegter Spiegelglasstreifen verwenden; für viele Zwecke genügt auch ein mitten auf die nicht abgeschrägte Zentimeterteilung eines gewöhnlichen Rechenschiebers geklebtes geglättetes und poliertes Stück Stanniol.

§ 40. **Tangente.** — Von einem geeignet gegebenen Punkte, der nicht auf einer gegebenen Kurve liegt, läßt sich zwar recht genau an diese eine Tangente mit dem Lineal legen; doch bleibt dabei die Lage des Berührungspunktes unscharf. Man findet ihn durch eine Korrektions- oder Fehlerkurve, die man z. B. erhält, indem man eine Reihe von Sekanten zieht, entweder durch den gegebenen Punkt, oder der gezeichneten Tangente parallel, deren zwischen der Kurve gelegene Sehnen man halbiert (Fig. 37).

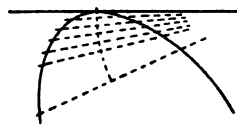

Fig. 37.

§ 41. **Hüllkurve.** — Statt daß eine Kurve zeichnerisch durch eine genügende Anzahl Punkte bestimmt wird, kommt es auch oft vor, sie zu zeichnen, wenn eine hinreichende Anzahl Tangenten von ihr gegeben sind, was ebenfalls durch passendes Anlegen des Kurvenlineals ausgeführt wird.

Man spricht in diesem Falle davon, daß die Tangenten die Kurve einhüllen, letztere die Hüllkurve (Enveloppe) der Tangenten ist.

§ 42. **Evolute.** — Zeichnet man zu einer gegebenen Kurve, die von einem Kreise oder einer Geraden verschieden ist, (mit dem Spiegellineal) genügend viele Normalen, so hüllen sie im allgemeinen eine gewisse Kurve ein, die Evolute der ursprünglichen (Fig. 38). Der Punkt M, in dem diese eine bestimmte, durch den Kurvenpunkt P gehende Normale berührt, heißt der zu P gehörige Krümmungsmittelpunkt der ursprünglichen Kurve, so daß also die Evolute der Ort der Krümmungsmittelpunkte ist. Der Kreis mit dem Zentrum M und dem Radius PM heißt Krümmungskreis und schmiegt sich an die gegebene Kurve in P inniger an als

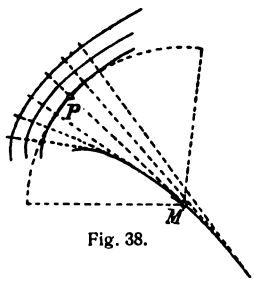

Fig. 38.

jeder andere Kreis, obwohl er im allgemeinen die Kurve durchschneidet.

§ 43. **Parallelkurven.** — Trägt man auf den Normalen einer Kurve von dieser aus nach derselben Seite gleiche Stücke ab, so erhält man eine äquidistante oder parallele Kurve. Alle Parallelkurven haben also dieselben Normalen und demnach eine gemeinsame Evolute.

Auch andere Kurven, z. B. Kreise, können — natürlich ebenfalls nur bei gewissen Anordnungen — einhüllende Kurven besitzen. Davon macht man unter anderm zweckmäßig Gebrauch, um noch auf eine andere Art zu einer gegebenen eine parallele Kurve im gegebenen Abstand zu zeichnen. Man zieht um eine genügende Anzahl von Punkten der gegebenen Kurve Kreise, deren Radius der gegebene Abstand ist, und zeichnet die beiden Hüllkurven dieser Kreise.

§ 44. **Berührungen im Raum.** — Von den folgenden leicht nachzuweisenden Sätzen, die über die Darstellung einer Berührung im Raume gelten, wird in Zukunft oft stillschweigend Gebrauch gemacht, wenn Berührungskonstruktionen statt auf der topographischen Fläche auf einem Plan von ihr ausgeführt werden.

Eine beliebige Raumkurve, eine Tangente an ihr und der Berührungspunkt gehen im allgemeinen bei der Projektion in eine ebene Kurve, eine Tangente an dieser und den Berührungspunkt über, und zwar entsprechen die beiden Kurven, die beiden Tangenten und die beiden Berührungspunkte einander.

Daraus folgt: wenn zwei Raumkurven sich in einem Punkte berühren, so berühren sich auch ihre Projektionen in einem Punkte, der die Projektion jenes ist.

§ 45. **Relief eines Geländes.** — Die topographische Aufnahme eines Geländes geschieht meist durch Höhenmessung einer ausreichenden Anzahl einzelner Punkte, deren geographische Lage (etwa Länge und Breite, oder andere Koordinaten) bekannt ist. Danach werden dann die Schichtlinien konstruiert, wovon nachher im § 48 noch die Rede sein wird.

Wenn man für jede Hauptschichtlinie gleich starke Lagen von Pappe oder Holz, deren Dicke der Schichtendicke entspricht, so ausschneidet, wie die Schichtlinie angibt, und sie dann richtig aufeinanderlegt, so erhält man ein terrassen-

förmiges Gebilde, das angenähert ein Relief des Geländes darstellt. Auf diese Weise werden nach Ausfüllung der Terrassen meist Reliefs von gebirgigen Gegenden wirklich hergestellt.

§ 46. Außer den Schichtlinien sind natürlich noch eine ganze Reihe anderer Kurven im Zusammenhang mit einer topographischen Fläche zu betrachten, die teils auf ihr gelegen sind, teils sie durchdringen oder berühren: Wege auf dem Gelände, Eisenbahnlinien, Schnittkurven mit anderen Flächen, scheinbare Horizonte usw. Auch diese alle hat man sich in den Plan eingezeichnet zu denken. Es wird zweckmäßig sein, zunächst die hauptsächlichsten Eigenschaften solcher Raumkurven kennen zu lernen, da sie naturgemäß bei den Konstruktionen an Geländeflächen fortgesetzt vorkommen.

§ 47. **Darstellung einer Raumkurve.** – Eine beliebige Raumkurve ist durch ihre Projektion gegeben, wenn zugleich für eine genügende Anzahl ihrer Punkte die Koten bekannt sind. Man denke etwa an die Darstellung des Weges, den ein Luftschiff durchmessen hat.

Alle, die Punkte einer Raumkurve projizierenden Vertikalstrahlen bilden einen Zylinder, den projizierenden Zylinder, und seine Abwickelung gibt das Profil längs der Raumkurve, das Längenprofil. Man zeichnet diese Abwickelung, indem man mittels einer genügend kleinen Zirkelöffnung die Kurve in so kleine Stücke teilt, daß sie innerhalb der Zeichengenauigkeit als geradlinig (vgl. § 85) betrachtet werden können, trägt diese mittels derselben Zirkelöffnung längs einer Geraden ab, markiert dabei die kotierten Punkte und trägt in ihnen die entsprechenden Koten vertikal auf. Die Endpunkte dieser Vertikalen bilden das erwähnte Längenprofil (Fig. 39 u. 39a).

§ 48. **Einschalten von Punkten und Konstruktion von Schichtlinien.** – Man benutzt ein solches Längenprofil, um in die Kurve Punkte gegebener Kote einzuschalten, z. B. die Punkte mit runden Kotenzahlen (Hauptpunkte), wodurch dann eine Graduierung der gegebenen Kurve in ähnlicher Weise ausgeführt wird, wie das früher (§ 4) bei der geraden Linie geschehen ist.

Davon macht man z. B. Gebrauch, um aus den vermessenen Punkten eines Geländes seine Hauptschichtlinien zu konstruieren (vgl. § 45). Man verbindet zu diesem Zwecke ge-

eignete vermessene Punkte der Fläche durch eine glatte Kurve, zeichnet deren Längenprofil, aus dem man dann leicht die Zwischenpunkte mit runden Kotenzahlen entnehmen kann.

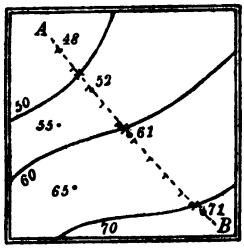

Fig. 39.

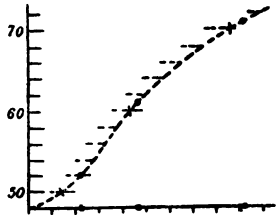

Fig. 39a.

Das ist in Fig. 39 z. B. an der Linie AB des Näheren ausgeführt. Die Verbindungskurven sind möglichst quer zu den zu erwartenden Schichtlinien zu wählen.

Ein derartiges Längenprofil wird ferner in praktischen Fällen oft benutzt, um z. B. das Steigen und Fallen eines Weges oder einer Eisenbahnführung unabhängig von den Krümmungen der Linienführung darzustellen, oder um die geologische Gestaltung des Erdinnern längs eines Tunnels oder Stollens zu verfolgen.

§ 49. **Böschung einer Raumkurve.** — Unter dem Anstieg (Böschung) einer Raumkurve in einem ihrer Punkte versteht man den Anstieg der Tangente in diesem Punkte. Die Projektion der Tangente fällt nach § 44 zusammen mit der Tangente der Projektion der Raumkurve. Da sie bei der Abwickelung des projizierenden Zylinders auch in die Tangente des Längenprofils übergeht, so kann damit ihre Graduierung nach § 4 leicht ausgeführt werden (vgl. Fig. 40).

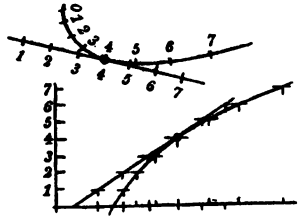

Fig. 40.

§ 50. **Böschungslinie.** — Unter dem Intervall einer Raumkurve in einem ihrer Punkte versteht man das Intervall der zugehörigen Tangente. Im allgemeinen ändert es seine Größe längs der Kurve: je kleiner es ist, um so stei-

ler, je größer, um so flacher verläuft die Kurve in der Nähe der betreffenden Stelle. Ist das Intervall längs der ganzen Kurve von derselben Länge, so hat die Kurve konstante Steigung; sie heißt dann eine Böschungslinie; ihr Längenprofil ist eine Gerade, wie das in Fig. 41 gezeigt ist.

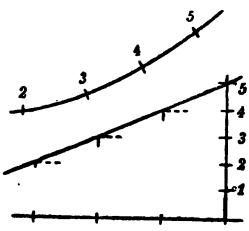

Fig. 41.

Bei genügend enger Graduierung ist das Intervall einer Raumkurve in einem Punkte näherungsweise gleich der Entfernung der beiden benachbarten Hauptpunkte.

§ 51. **Normalebene, Planierungsfläche.** – Die auf der Tangente im Berührungspunkte senkrechte Ebene heißt Normalebene der Kurve; ihr Gefällemaßstab ist nach § 6 zu konstruieren als die in der Vertikalebene gelegene Senkrechte zur Tangente im Berührungspunkte (vgl. Fig. 42): das Intervall ist entgegengesetzt gerichtet und reziprok zu dem der Tangente, wozu in der Figur das rechtwinklige Dreieck mit der Höhe 1 (Einheit des Höhenmaßstabes) dient. Jede in der Normalebene gelegene, die Kurve schneidende Gerade heißt Normale der Kurve.

Sämtliche horizontalen Normalen bilden eine im allgemeinen windschiefe Fläche, die die Kurve enthält, die Planierungsfläche. Die Projektionen dieser Normalen sind

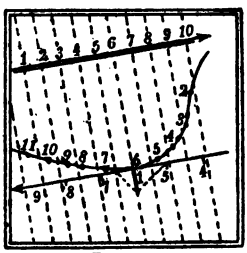
Fig. 42.

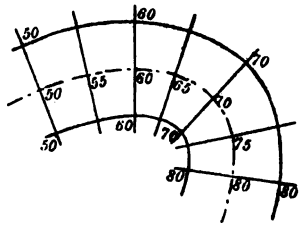

Fig. 43.

die mittels des Spiegellineals leicht in die Karte zu zeichnenden Normalen der gegebenen Projektion der Kurve. Trägt man auf ihnen von der Kurve aus beiderseits dasselbe Stück ab, so erhält man die Darstellung eines Weges, dessen Mittellinie die gegebene Kurve ist (Fig. 43).

Im allgemeinen besteht die Planierungsfläche aus zwei Flügeln, die längs derjenigen Raumkurve aneinanderstoßen, deren Projektion die Evolute der gegebenen Projektion der Kurve ist. Längs dieser Raumkurve durchdringt die Planierungsfläche sich selbst. Zum Beispiel ist die Planierungsfläche einer gewöhnlichen zylindrischen Schraubenlinie mit vertikaler Achse die gemeine Schraubenfläche, ihre Selbstdurchdringungskurve die vertikale Achse selbst.

§ 52. **Schmiegungsebene.** – Ebenso wie die Tangente einer Kurve die Grenzlage der Sekante ist für den Fall, daß der eine Kurvenpunkt sich dem anderen mehr und mehr nähert, so ist die Schmiegungsebene die Grenzlage aller durch drei Punkte der Kurve gehenden Ebenen für den Fall, daß zwei der Punkte sich dem dritten mehr und mehr nähern, übrigens, wenn von einer Schmiegungsebene überhaupt die Rede sein soll, gleichgültig, in welcher Weise diese Annäherung ausgeführt wird. Daher ist die Tangente in der Schmiegungsebene gelegen.

Um die Schmiegungsebene in einem gegebenen Punkte der Kurve zu konstruieren, wird man demnach zuerst die zugehörige Tangente zu ziehen und nach § 49 zu graduieren haben. Die Schmiegungsebene wird alsdann eindeutig bestimmt sein, sobald man die Richtung einer ihrer Streichlinien kennt, z. B. derjenigen, die durch den gegebenen Kurvenpunkt geht. Die Hauptstreichlinien sind zu dieser parallel und gehen durch die Hauptpunkte der Tangente.

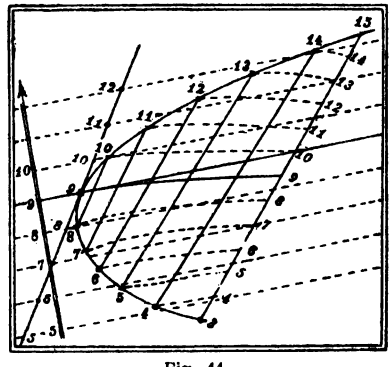

Fig. 44.

Bei der Konstruktion der Schmiegungsebene muß man natürlich von ihrer Definition Gebrauch machen und also eine Reihe von Ebenen zeichnen, deren Grenzlage sie ist. Zum Beispiel kann man zweckmäßig solche Ebenen wählen, deren einer Punkt der gegebene ist, während die beiden anderen

entgegengesetzt gleiche Höhenabstände von ihm haben. Das ist in Fig. 44 ausgeführt, indem jedesmal die Verbindungsgerade der beiden letztgenannten Punkte graduiert ist. Diese Ebenen hüllen eine Fläche ein, auf der die gegebene Kurve gelegen ist, und auf der sich leicht die Höhenlinien als Verbindungskurven der Punkte gleicher Koten zeichnen lassen, insbesondere auch die durch den gegebenen Kurvenpunkt gehende. Irgendeine durch diesen Punkt gehende Sekante der Höhenlinie ist in einer der besagten Ebenen als Schichtlinie enthalten. In dem Grenzfall der Schmiegungsebene geht also diese Sekante in die Tangente der erwähnten Schichtlinie im gegebenen Punkte über und wird zugleich Schichtlinie der Schmiegungsebene. Danach ist diese leicht zu zeichnen.

§ 53. **Hauptnormale, Binormale.** – Die Schmiegungsebene und die Normalebene schneiden sich in der Hauptnormalen der Kurve. Das Lot auf der Schmiegungsebene im Berührungspunkte heißt Binormale der Kurve. Beide Geraden lassen sich nach § 12 und § 6 konstruieren.

Wer die angegebene Konstruktion der Tangente, Schmiegungsebene usw. wirklich ausgeführt hat, wird unschwer bemerkt haben, daß dabei die Genauigkeit der Zeichnung geringer ist, als bei den bisherigen Konstruktionen. Der Grund dafür liegt in den Definitionen der Tangente usw. als Grenzlagen gewisser Geraden usw. Diese Bemerkung gilt auch für eine ganze Reihe von Konstruktionen an Kurven und Flächen, wie sie im folgenden mitgeteilt werden.

§ 54. **Schnitt einer Fläche mit einer Ebene.** – Um die Schnittkurve einer Fläche mit einer gegebenen Ebene zu konstruieren, bringt man die Schichtlinien der Fläche mit den gleichkotierten Streichlinien der Ebene zum Schnitt und verbindet die erhaltenen Punkte durch eine glatte Kurve. Diese wird Ausschnittlinie, Ausbißlinie, Verschneidung der Ebene genannt (Fig. 45).

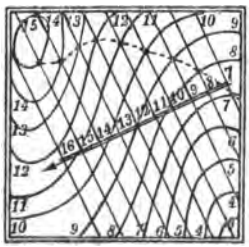

Fig. 45.

Wenn man die gegebene Fläche längs einer gegebenen Richtung durch eine Vertikalebene schneidet und diese samt der Schnittfigur in die

Zeichenebene umklappt, so erhält man ein Querprofil der Fläche längs der gegebenen Richtung (Fig. 46). Oft ist es zweckmäßig, um die Zeichnung nicht zu verwirren, oder bei

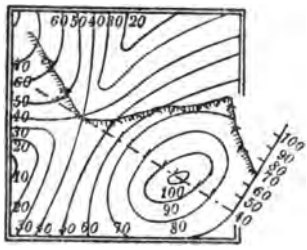

Fig. 46.

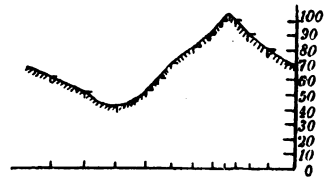

Fig. 46a.

Benutzung einer Karte, das Querprofil auf eine besondere Zeichnung zu übertragen: das geschieht längs der gegebenen Richtung mittels des Zirkels oder einfacher mittels eines angelegten geraden Papierstreifens (Fig. 46a).

§ 55. **Anwendung.** – Die Konstruktion von Ausschnittlinien und Querprofilen kommt sehr oft bei Aufgaben des Tiefbaues, bei geologischen oder bergmännischen Fragen vor. Zum Beispiel, wenn man an irgendeiner Stelle des Geländes das Streichen und Fallen einer (in erster Annäherung als eben angenommenen) geologischen Schicht beobachtet hat, so ist es von Wichtigkeit, die (mutmaßliche) Ausbißlinie dieser Schicht zu kennen, um dadurch zu wissen, an welchen Stellen des Geländes man mit einiger Aussicht auf Erfolg durch Schürfarbeit die Schicht bloßlegen und vielleicht abbauen kann; oder wie tief ein Schacht, der an einer gegebenen, dem Verkehr zugänglichen Stelle anzulegen ist, niedergebracht werden muß, bis er die Schicht erreicht.

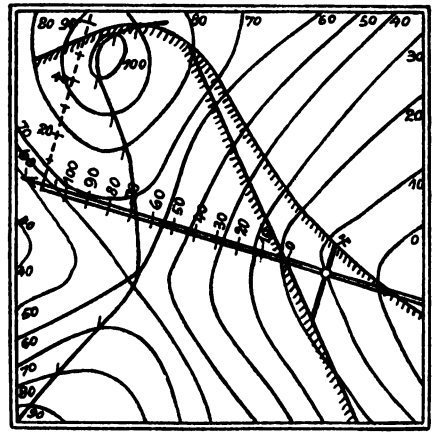

Fig. 47.

Man hat dann zunächst aus dem beobachteten Einfallen und Streichen die Schichtlinien der Ebene nach § 11 zu konstruieren, alsdann, wie im vorigen Paragraphen angegeben, ihre Ausbißlinie mit der Fläche herzustellen, schließlich durch den Schacht in der durch die Fallinie der Ebene gegebenen Richtung ein Querprofil durch das ganze Gelände zu legen. Daraus ist dann die Teufe des Schachtes zu entnehmen. Dies ist in Fig. 47 ausgeführt.

§ 56. **Einschalten von Höhenlinien.** — Für manche konstruktiven Zwecke reichen oft die vorhandenen Isohypsen nicht an allen Stellen der Karte aus, um die verlangten Konstruktionen mit einiger Genauigkeit auszuführen. Dann wird es erforderlich, zwischen die vorhandenen Schichtlinien noch

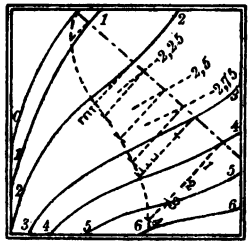

Fig. 48.

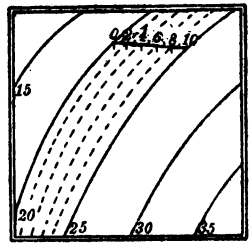

Fig. 49.

andere einzuschalten. Zweckmäßig kann das mit Hilfe von Querprofilen geschehen, die man an den betreffenden Stellen der Karte in genügender Anzahl legt, und aus denen man die erforderlichen Punkte für die zu konstruierenden Zwischenschichtlinien entnimmt (vgl. Fig. 48).

Wenn die Isohypsen nur schwach gekrümmt sind, kann man mittels eines einfach anzulegenden Maßstabes Punkte der einzuschaltenden Schichtlinien mit genügender Annäherung auffinden, wie das aus der Figur 49 hervorgeht; bei geradlinigen Schichtlinien wäre diese Methode streng richtig.

Am genauesten und in jedem Falle anzuwenden sind die Längenprofile quer zu den Schichtlinien (längs der Fallinien, vgl. § 58) und zwar so, wie es im § 48 gezeigt ist.

§ 57. **Berührungsebene und Normale einer Fläche.** — Um in einem gegebenen Punkte der Fläche die Berührungsebene zu konstruieren, bedenke man, daß sie von einer durch

den Punkt gehenden Horizontalebene in einer horizontalen Geraden geschnitten wird, die eine Tangente der Fläche in dem gegebenen Punkte ist, also auch eine Tangente an die durch den Punkt gehende Isohypse der Fläche. Da den Berührungen auf der Fläche auch Berührungen in der Karte entsprechen (§ 44), so ist demnach auf dem Plane die Normale der Isohypse in dem gegebenen Punkte (mit dem Spiegellineal zu zeichnen) die Projektion einer Fallinie der gesuchten Berührungsebene. Konstruiert man das durch die Richtung dieser Fallinie bestimmte Querprofil der Fläche nach § 54, so ist die Fallinie an ihm in dem gegebenen Punkte Tangente. Ihr Böschungsmaßstab ist also auch der Gefällemaßstab der gesuchten Berührungsebene (vgl. Fig. 50 u. 50a).

Die Flächennormale ist das Lot auf der Tangentialebene im Berührungspunkte. Da es in der eben erwähnten Profilebene liegt, fällt seine Projektion mit der der Fallinie der Berührungs-

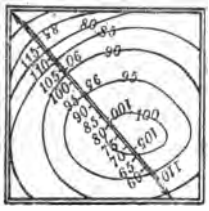

Fig. 50.

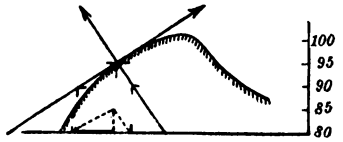

Fig. 50a.

ebene zusammen. Sein Gefällemaßstab ist nach § 6 der reziproke Wert desjenigen der Berührungsebene, ihm entgegengesetzt gerichtet und daher wie dort angegeben zu bestimmen.

§ 58. **Normalebene, Fallinien einer Fläche.** – Irgendeine die Flächennormale enthaltende Ebene heißt Normalebene der Fläche; sie schneidet die Fläche in einem Normalschnitt, die Tangentialebene in einer Tangente der Fläche. Durch jeden Flächenpunkt gehen also unzählig viele Tangenten, von denen im allgemeinen nur eine, die zugleich Tangente der durch den Berührungspunkt gehenden Schichtlinie der Fläche ist, horizontal läuft. Die anderen verlaufen paarweise mit demselben Anstieg, bis auf eine, deren Gefälle mit dem der Ebene übereinstimmt. Es ist zugleich das größte unter allen betrachteten und wird Gefälle der Fläche in dem betreffenden Punkte genannt. Geht man von einem Punkte der Fläche in Richtung des eben erwähnten größten Gefälles, der Fallrich-

tung, also senkrecht zur Schichtlinie, weiter zu einem Punkte der nächsten Schichtlinie, von da in derselben Weise weiter und so fort, so durchläuft man eine Fallinie der Fläche.

Die Fallinien stehen auf den Schichtlinien lotrecht. Um sie zu konstruieren (Fig. 51), bedient man sich zweckmäßig des Spiegellineals: man errichtet, von einem Punkte einer Schichtlinie ausgehend, auf ihr mittels des Spiegellineals die Normale, in deren Schnittpunkt mit der nächsten Schichtlinie auf dieser die Normale, usw. Diese Normalen hüllen die gesuchte Fallinie ein, deren Tangenten sie sind (§ 41). Dabei ist es erforderlich, daß genügend viele Schichtlinien zur Verfügung stehen; nötigenfalls werden zuvor einige einzuschalten sein (§ 56).

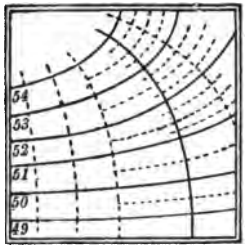

Fig. 51.

§ 59. **Schraffur einer Karte.** – Die Fallinien einer Geländefläche geben die Richtung des langsam herabfließenden Wassers an. Im allgemeinen geht durch jeden Punkt der Fläche genau eine Fallinie; über die besonders zu erwähnenden Ausnahmen s. weiter unten § 61.

Der Anstieg längs der Fallinien einer Fläche ist im allgemeinen veränderlich; man pflegt in der Kartographie das stärkere oder schwächere Gefälle des Geländes durch stärkeres oder schwächeres Ausziehen der Fallinien kenntlich zu machen, um dadurch einen plastischen Eindruck der Karte hervorzurufen. Dazu benutzt man meistens eine dem Gefälle entsprechend abgetönte Schraffur. Die Richtung der Schraffurstriche stimmt mit der Richtung der Fallinien überein.

§ 60. **Krümmung einer Fläche.** – Hinsichtlich der Punkte, die eine Fläche außer dem Berührungspunkte in seiner Nachbarschaft mit der Berührungsebene gemeinschaftlich haben kann, sind drei verschiedene Fälle möglich, wenn man von Singularitäten absieht.

Entweder hat die Oberfläche mit ihrer Berührungsebene in der Umgebung des Berührungspunktes weiter gar keinen Punkt gemeinsam; die Berührungsebene verläuft dann also ganz außerhalb oder ganz innerhalb der Fläche. Dann heißt die Fläche in dem betrachteten Berührungspunkte bauchig

(positiv oder elliptisch gekrümmt). Vgl. Fig. 52 und 52a. Das Ellipsoid gibt dafür ein Beispiel in jedem seiner Punkte.

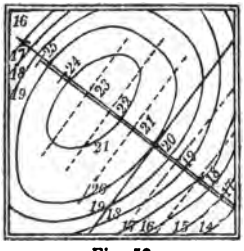

Fig. 52.

Oder zweitens die Berührungsebene durchdringt in der Nähe

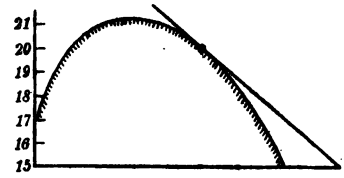

Fig. 52a.

des Berührungspunktes die Fläche so, daß die Schnittkurve beider im Berührungspunkte einen Doppelpunkt besitzt. Dann heißt die Fläche daselbst sattelförmig (negativ oder

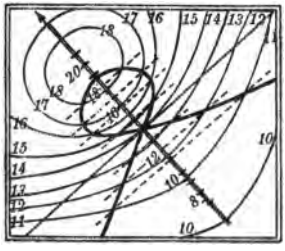

Fig. 53.

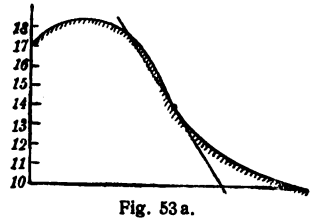

Fig. 53a.

hyperbolisch gekrümmt). Vgl. Fig. 53 und 53a. Das einschalige Hyperboloid oder das hyperbolische Paraboloid ist in jedem seiner Punkte sattelförmig.

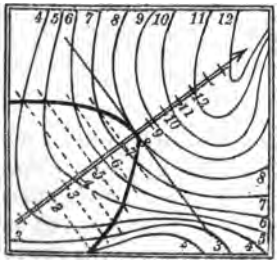

Fig. 54.

Oder drittens: die Berührungsebene dringt zwar ebenfalls in

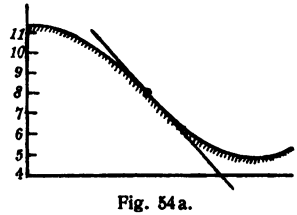

Fig. 54a.

der Nähe des Berührungspunktes in die Fläche ein, aber so, daß die Schnittkurve beider nur einmal durch den Be-

rührungspunkt geht. Dann heißt die Fläche in dem betreffenden Punkte parabolisch gekrümmt. Vgl. Fig. 54 und 54a. Ein Kegel mit beliebiger Basis ist in jedem seiner Punkte parabolisch gekrümmt. Flächenstücke, deren sämtliche Punkte parabolisch gekrümmt sind, lassen sich ohne Dehnung und Faltung derartig verbiegen, daß sie Teile einer Ebene werden, oder, was dasselbe besagt, man kann sie auf eine Ebene abwickeln; daher heißen solche Flächen abwickelbar.

Es kann vorkommen, daß auf einer und derselben Fläche sowohl bauchige wie sattelförmige Teile vorhanden sind. Sie werden dann getrennt durch eine Kurve, die Demarkationslinie, in deren Punkten die Fläche parabolisch gekrümmt ist. Ein Beispiel dafür ist die in Fig. 25 S. 15 abgebildete glockenförmige Umdrehungsfläche: *DD* bezeichnet die Demarkationslinie, der obere Teil ist bauchig, der untere sattelförmig.

§ 61. Der **Verlauf der Schicht- und Fallinien** längs einer Geländefläche ist äußerst mannigfaltig und scheinbar sehr regellos. Indessen kann man oft aus dem bloßen Anblick dieser Linien in der Karte geometrische Eigenschaften der Fläche an der betrachteten Stelle herauslesen; und es ist für das Studium der Kartographie sehr wichtig, sich darin eine gewisse Übung zu verschaffen.

Da die Schichtlinien als Linien gleichen Wasserstandes aufgefaßt werden können, müssen sie auf einer nicht willkürlich begrenzten Geländefläche stets geschlossen sein, und können sich keine zwei Schichtlinien verschiedener Koten schneiden. Bei Ausschluß überhängender Teile des Geländes gilt dies auch von den Projektionen der Schichtlinien in der Karte. Im allgemeinen geht durch jeden Punkt des Planes genau eine Schichtlinie; es gibt jedoch gewisse Ausnahmepunkte.

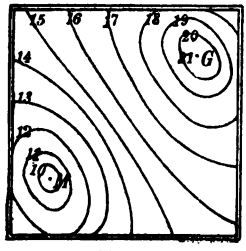

Fig. 55.

§ 62. **Gipfel-, Mulden- und Jochpunkt.** — Zunächst gibt es solche Punkte, durch die keine Schichtlinie geht, oder genauer gesagt, deren zugehörige Schichtline auf den Punkt selbst zusammengeschrumpft ist. Es sind die Punkte, die höher oder tiefer liegen als sämtliche Punkte ihrer Um-

gebung. Sie heißen Gipfel- oder Muldenpunkte, je nachdem die benachbarten Schichtlinien, von ellipsenähnlicher Gestalt, kleinere oder größere Koten haben (Fig. 55).

Sodann gibt es solche Punkte, durch die zwei, vielleicht auch mehrere Schichtlinien (derselben Kote) hindurchgehen. Der gewöhnlichste dieser Punkte ist der Jochpunkt, die tiefste Stelle zwischen zwei Erhebungen und Ausgangsstelle zweier durch einen Bergrücken getrennter Täler, oder auch,

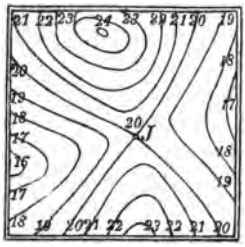

Fig. 56.

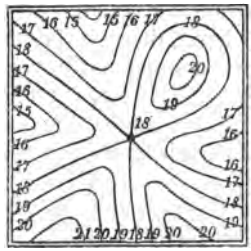

Fig. 57.

was dasselbe bedeutet, die höchste Stelle zwischen zwei Tälern und Ausgangsstelle zweier durch ein Tal getrennter Bergrücken (Fig. 56). Kompliziertere Fälle treten ein, wenn mehrere Täler und mehrere Bergrücken von einem gemeinsamen Punkte entspringen, wovon die Figur 57 ein Beispiel gibt.

Die Berührungsebene in einem Gipfel- oder Mulden- oder Jochpunkte ist horizontal, wie sich auch aus einer Betrachtung der Querprofile sogleich ergibt. Da sie in der Umgebung eines Gipfelpunktes ganz außerhalb der Fläche, in der Umgebung eines Muldenpunktes ganz innerhalb liegt, so ist die Fläche in diesen Punkten bauchig (§ 60). In einem Jochpunkt ist sie dagegen sattelförmig.

§ 63. **Wasserscheide und Talweg.** — Im allgemeinen geht durch jeden Punkt einer Geländefläche genau eine Fallinie; aber auch hiervon gibt es gewisse Ausnahmen. Durch jeden Gipfel- und jeden Muldenpunkt gehen unzählig viele Fallinien, eben die, welche die benachbarten elliptischen Schichtlinien der Umgebung senkrecht durchschneiden. Die Fig. 58

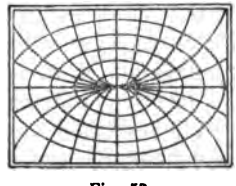

Fig. 58.

zeigt den Verlauf dieser Fallinien, wie ihn eine genauere Betrachtung, die hier zu weit führen würde, erkennen ließe: die Fallinien berühren nämlich sämtlich die gemeinsame große Achse der Ellipsen im Mittelpunkt, dem in Rede stehenden Gipfel- oder Muldenpunkt, bis auf eine, die in Richtung der kleinen Achse verläuft. Wenn die Schichtlinien in der Umgebung eines Gipfel- oder Muldenpunktes angenähert konzentrische Kreise sind, wie es z. B. bei einer Umdrehungsfläche mit senkrechter Drehachse (vgl. Fig. 25 Seite 15) eintreten kann, dann verlaufen natürlich die Fallinien radial, und keine von ihnen ist bevorzugt (Nabelpunkt).

In der Nähe eines Jochpunktes verlaufen die Schichtlinien der Fläche angenähert wie Hyperbeln mit gemeinsamen Hauptachsenrichtungen und gemeinsamem Mittelpunkt. Den Verlauf der (gestrichelt gezeichneten) Fallinien zeigt die Fig. 59: durch den Jochpunkt selbst gehen zwei Fallinien (*W* und *T*) in Richtung der Hauptachsen; alle andern haben ebenfalls hyperbelähnliche Gestalt und nähern sich mehr und mehr den beiden durch den Jochpunkt gehenden. Diese hüllen jene ein. Solche ausgezeichneten Fallinien, die benachbarte Fallinien einhüllen, und die übrigens außer an Jochpunkten auch sonst noch im Gelände auftreten können, heißen entweder Rückenlinien (Wasserscheiden, *WW* in Fig. 59), falls sich die Fallinien ihnen im aufsteigenden Sinne nähern, wie durch Pfeilspitzen angedeutet, oder Rinnelinien (Talwege, *TT* in Fig. 59), wenn die Annäherung im fallenden Sinne stattfindet. In einem gewöhnlichen Jochpunkte treffen sich eine Rückenlinie, die dort eine tiefste Stelle hat, und ein Talweg, der daselbst eine höchste Stelle hat. Die Wasserscheide verbindet den Jochpunkt mit den nächstgelegenen Gipfelpunkten, der Talweg mit den nächstgelegenen Muldenpunkten.

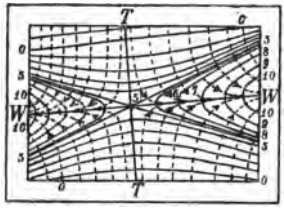

Fig. 59.

Die Schichtlinien sowohl wie die Fallinien verlaufen immer stetig, können aber Ecken, Doppelpunkte und dergleichen Ausnahmestellen haben. Ecken treten ein, wenn das Gelände Grate oder scharf ausgeschnittene Rinnen besitzt. Die all-

gemeine Untersuchung solcher Stellen einer Geländefläche ist sehr schwierig, erfordert weitergehende Hilfsmittel und würde daher hier zu weit führen.

§ 64. **Böschungsfläche.** — Eine Fläche, auf der sämtliche Fallinien Geraden sind, heißt Böschungsfläche. Es genügt dazu offenbar nicht, daß die Projektionen der Fallinien sämtlich gerade Linien sind, sondern es ist weiter notwendig, daß die Schichtlinien auf jeder einzelnen von ihnen jedesmal gleiche Stücke ausschneiden. Daraus folgt, daß die Schichtlinien äquidistante Kurven sind (Fig. 60).

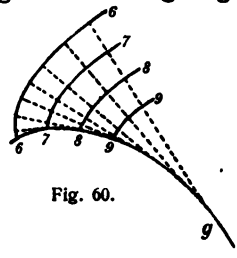

Fig. 60.

Alle Punkte derselben geradlinigen Fallinie haben dieselbe Tangentialebene. Eine Böschungsfläche ist daher in jedem ihrer Punkte parabolisch gekrümmt (§ 60). Sie ist demnach eine abwickelbare Fläche, d. h. man kann eine bewegliche Ebene so auf ihr ohne Gleiten abrollen, daß sie sie immer längs einer Geraden berührt; umgekehrt kann man daher auch die Fläche auf einer Ebene so abwickeln, daß immer Berührung längs einer Geraden besteht.

Von den Böschungsflächen macht man sehr häufig bei der Aufführung von Erdarbeiten, bei der Aufschüttung von Dämmen, Halden u. dgl. Gebrauch. Davon wird in den Aufgaben noch wiederholt die Rede sein.

§ 65. Bei der zeichnerischen Darstellung einer Geländefläche durch ihre Schichtlinien ist es oft zweckmäßig, diese nötigenfalls durch Einschalten nach § 56 so dicht nebeneinander verlaufen zu lassen, daß jeder zwischen zwei aufeinander folgenden Schichtlinien enthaltene Teil einer Fallinie innerhalb der Zeichengenauigkeit als geradlinig zu betrachten ist. Das bedeutet dann also, daß jeder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schichtlinien enthaltene Streifen einer Geländefläche als Teil einer Böschungsfläche anzusehen ist. Man kann demnach sagen, daß eine Geländefläche durch ihre Schichtlinien „mit genügender Genauigkeit" gegeben ist, wenn ein jeder innerhalb zweier aufeinanderfolgenden Schichtlinien gelegene Streifen durch die zugehörige Böschungsfläche ohne merklichen Fehler ersetzt werden kann.

§ 66. **Gratlinie.** – Eine Böschungsfläche ist vollständig bestimmt, wenn der Böschungswinkel und eine ihrer Schichtlinien gegeben ist; denn die Fallinien sind die Normalen der gegebenen Schichtlinie, der Böschungswinkel bestimmt ihre Graduierung, und die übrigen Schichtlinien lassen sich sodann als Parallelkurven zu der gegebenen konstruieren (§ 64). Alle ebenen Parallelkurven haben eine gemeinsame Evolute (§ 43), die Hüllkurve ihrer gemeinsamen Normalen; faßt man also die Parallelkurven und ihre Normalen als die Projektionen der Schicht- und Fallinien einer Böschungsfläche auf, so entspricht der Evolute eine auf der Fläche gelegene Raumkurve, längs der sich benachbarte Fallinien schneiden. Sie bildet also einen scharfen Grat der Fläche und heißt daher ihre Gratlinie. Eine aufgewehte Schneewächte gibt oft ein Bild einer Böschungsfläche und ihrer Gratlinie (Fig. 60 bei *g*).

§ 67. **Ebene Raumkurven.** – Wenn eine Raumkurve und eine Fläche gegeben sind, so ist leicht festzustellen, ob die Kurve auf der Fläche gelegen ist oder nicht. Denn ersteres ist nur der Fall, wenn die Punkte der Kurve auf den gleichkotierten Schichtlinien der Fläche liegen.

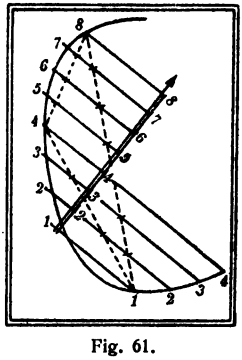

Fig. 61.

Raumkurven, deren sämtliche Punkte derselben Ebene angehören, heißen eben. Um von einer gegebenen Raumkurve festzustellen, ob sie eben ist, hat man durch drei ihrer Punkte nach § 9 eine Ebene zu legen und nachzusehen, ob ihre Streichgeraden die Kurve in Punkten schneiden, deren Koten mit denen der zugehörigen Schichtlinien übereinstimmen (Fig. 61). Die Schmiegungsebene (§ 52) einer ebenen Raumkurve fällt mit der Ebene der Kurve zusammen.

§ 68. **Böschungsflächen einer Raumkurve.** – Zu jedem Punkte einer gegebenen Raumkurve läßt sich ein Kegel gegebener Böschung konstruieren, der den Punkt als Spitze hat. Sämtliche so konstruierten Böschungskegel derselben Böschung hüllen eine Fläche ein, eine Böschungsfläche der Raumkurve; sie besteht aus zwei Teilen, die sich längs

der Raumkurve durchschneiden. Jede ihrer Schichtlinien ergibt sich als Hüllkurve gleichkotierter Kreise, nämlich der Schichtkreise jener Böschungskegel. In der Karte der Fläche liegen die Mittelpunkte dieser Kreise auf der Projektion der Raumkurve, und ihre Radien erhält man aus dem Höhenunterschiede zwischen Mittelpunkt und zu konstruierender Schichtlinie durch Multiplikation mit dem gegebenen Böschungsverhältnis (Fig. 62).

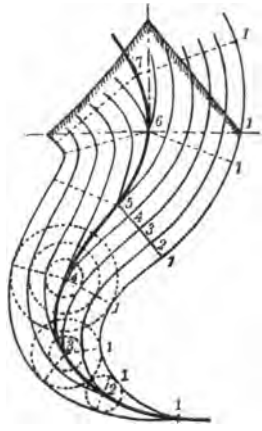

Fig. 62.

Von jedem Punkte der Raumkurve geht nach beiden Seiten eine Fallinie der Böschungsfläche aus; die beiden zugehörigen Tangentialebenen (vgl. § 64) schneiden sich in der zugehörigen Tangente der Raumkurve und die Projektion dieser Tangente halbiert den Winkel der Projektionen der beiden Fallinien. Man beachte übrigens, daß im allgemeinen ein die Projektion der Raumkurve normal durchsetzendes Querprofil der Böschungsfläche nicht ein geradliniges Dreieck ergibt, sondern eine krummlinige Schnittfigur. Die Figur bringt das zum Ausdruck.

§ 69. **Böschungslinien auf einer Fläche.** – Auf einer durch ihre Schichtlinien gegebenen topographischen Fläche lassen sich von jedem Punkte aus zwei Kurven von konstantem Gefälle (Böschungslinien, § 50) ziehen, wenn nur das Gefälle nicht größer ist als das der Fallinien der Fläche in den Punkten der beiden Kurven. Um diese zu konstruieren, ermittle man zunächst aus dem gegebenen Böschungsverhältnis das Intervall der Böschungslinie. Unter der Voraussetzung, daß die Schichtlinien genügend nahe gezeichnet sind, zieht man mit dem Intervall als Radius um den gegebenen Punkt als Mittelpunkt einen Kreis. Entweder schneidet dieser eine der beiden nächstfolgenden Hauptschichtlinien in zwei Punkten, die auch zusammenfallen können, oder er schneidet sie nicht; im letzteren Falle ist das gegebene Gefälle zu groß, im ersteren sind reelle Böschungslinien der vorgeschriebenen Böschung von dem gegebenen Flächen-

punkte aus möglich, und man erhält weitere Punkte von ihnen, indem man dieselbe Konstruktion von jedem der beiden Schnittpunkte aus fortsetzt. Wenn man die erhaltenen Punkte in geeigneter Weise verbindet, bekommt man die gesuchten Böschungslinien mit oder ohne Kehren (Fig. 63). Im allgemeinen gehen von jedem Flächenpunkte zwei verschiedene Böschungslinien aus, längs deren das Gefälle einen gegebenen Wert hat.

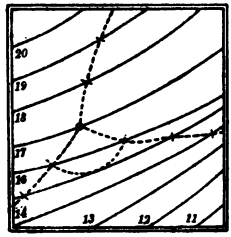

Fig. 63.

Die auf einer Geländefläche angelegten Wege, Eisenbahnlinien u. dgl. verlaufen in der Regel auf längeren Strecken mit konstantem Gefälle. Die Konstruktion von Böschungslinien hat daher ein gewisses praktisches Interesse. Wenn auch durch Aufschüttung und Abtrag des Geländes größere Krümmungen eines anzulegenden Weges vermieden werden, so wird seine Führung doch im allgemeinen durch eine Böschungslinie bestimmt. Dabei wird besonders die im folgenden Paragraphen erörterte Aufgabe benutzt.

§ 70. **Aufgabe.** – Bei der Lösung der Aufgabe, zwei gegebene Punkte einer Fläche durch eine Kurve von konstanter Steigung zu verbinden, hat man sich einer geometrischen Näherungsmethode zu bedienen. Man konstruiert zunächst, von dem einen der gegebenen Punkte *A* (Fig. 64) ausgehend, eine solche Böschungslinie, die in der Nähe des andern gegebenen Punktes *B* die durch diesen gehende Schichtlinie schneidet. Die Ausführung der Konstruktion zeigt, ob das benutzte Intervall zu groß oder zu klein ist, wonach man es zu verbessern hat. Mit dem verbesserten Intervall wiederholt man dieselbe Konstruktion usw., und nähert sich auf diese Weise mehr und mehr dem passenden Werte des Intervalls. Zweckmäßig ist es

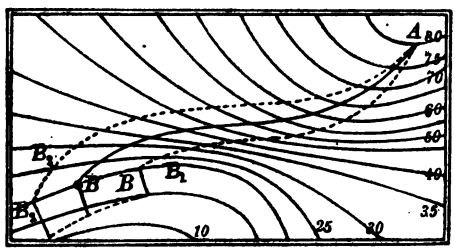

Fig. 64.

dabei, den Punkt B zwischen zwei der gezeichneten Böschungslinien einzuschließen; AB_1, AB_2, ... seien solche Näherungskurven, $B_1'B_1$ und $B_2'B_2$, ... seien die zugehörigen Intervalle. Man trage in den Punkten B_1, B_2, B_3 usw. diese zugehörigen Intervalle normal zur Schichtlinie, also längs der Fallinien auf und verbinde die erhaltenen Endpunkte durch eine glatte Kurve (§ 38); diese gestattet das gesuchte Intervall näherungsweise zu entnehmen.

§ 71. Schnitt zweier Flächen. – Das Verfahren, nach dem die Schnittlinie einer topographischen Fläche mit einer Ebene konstruiert wird, läßt sich genau ebenso anwenden auf die Bestimmung der Schnittkurve zweier beliebiger Flächen miteinander. Denn die Punkte dieser Schnittkurve gehören beiden Flächen gemeinsam an, müssen also auf den gleichkotierten Schichtlinien der beiden Flächen gelegen sein: man erhält sie als Schnittpunkte gleichkotierter Schichtlinien.

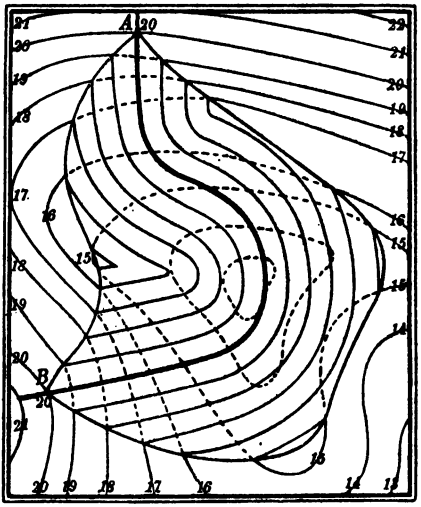

Fig. 65.

Davon macht man sehr häufig Gebrauch bei der Bestimmung der Grenzlinie einer Böschungsfläche mit der gegebenen Geländefläche. Darauf bezieht sich die Figur 65, in der die Aufschüttung einer Halde oder eines Dammes mit horizontaler Krone dargestellt ist. Die horizontale Verbindungslinie der beiden Punkte A und B (Kote 20) kann etwa als Führungslinie eines Schienengeleises für Transportwagen aufgefaßt werden, von dem aus die Halde aufgestürzt wird. Kennt man den Böschungswinkel, unter dem das Material der Halde sich ablagert, so kann man nach § 64 ihre Schichtlinien als Parallelkurven der Geleisführung konstruieren, und

alsdann nach dem oben gesagten die Schnittkurve mit dem Gelände bestimmen. — Die damit gelöste Aufgabe ist eine Erweiterung der in § 32 besprochenen.

§ 72. **Durchdringungspunkte einer Raumkurve mit einer topographischen Fläche.** – Man legt durch die gegebene Raumkurve eine beliebige Fläche, bestimmt deren Schnittkurve mit dem Gelände, wie in § 71 angegeben, und konstruiert schließlich die gemeinsamen Punkte dieser Schnittkurve mit der gegebenen Raumkurve. Offenbar wird man die Hilfsfläche selber nur in der Nähe der Durchdringungspunkte benötigen.

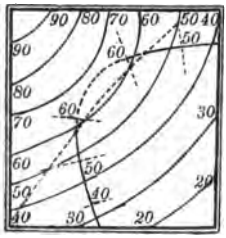

Fig. 66.

Als Hilfsfläche nimmt man zweckmäßig die windschiefe Planierungsfläche (§ 51), weil ihre Schnittkurve mit dem Gelände, die Nullinie, am besten darüber Aufschluß gibt, welche Teile der Raumkurve oberhalb des Geländes und welche unterhalb gelegen sind (Fig. 66; die Nullinie ist ganz gestrichelt).

Die Bestimmung der Durchstoßpunkte einer Kurve mit dem Gelände ist oft bei der Trassierung einer Eisenbahnlinie oder dgl. in gebirgigem Terrain auszuführen. Sie zeigt dann, an welchen Stellen die Bahnlinie in den Erdkörper eindringt, welche Erdbewegungen, Tunnelanlagen u. dgl. vorzunehmen sind.

IV. AUFGABEN UND ANWENDUNGEN

§ 73. In den folgenden Paragraphen werden eine Reihe von Aufgaben besprochen, die zu ihrer Lösung der in den früheren Abschnitten entwickelten Konstruktionen bedürfen. Zumeist sind sie praktischen Fragen entsprungen, oder doch unmittelbar auf solche anwendbar, die sich bei der Benutzung der Karte eines Geländes darbieten. Daran schließen sich einige Betrachtungen über Maßbestimmungen, besonders über Längen-, Flächen- und Volumenbestimmungen. Der Kürze wegen sind den gestellten Aufgaben nicht die Lösungen in ausführlicher Darstellung, sondern nur allgemeine Angaben über den einzuschlagenden Weg beigegeben, die

indessen in jedem Falle zur Konstruktion ausreichen. Der Leser wird gut tun, die angedeutete Lösung wirklich auszuführen.

§ 74. **Aufschüttung und Abtrag eines Eisenbahndammes** zu konstruieren, von dem die Führungslinie, die Breite, das Gefälle und die Dammböschungen gegeben sind. – Die Dammkrone bildet einen Streifen der zur gegebenen Führungslinie gehörigen Planierungsfläche (vgl. § 51). Man graduiert die Führungslinie nach dem gegebenen Gefälle — in der Figur ist das Gefälle in der Kurve geringer angenommen als auf der geraden Strecke –, wodurch dann zugleich auch die beiden Begrenzungen der Dammkrone mit graduiert sind. Jetzt zeichnet man nach § 68 beiderseits die Böschungsflächen der Dammbegrenzungen, schließlich nach § 71 die Schnittlinien mit dem Gelände. In der Figur sind die ursprünglichen, aber durch den Damm verschütteten oder durch den Abtrag weggenommenen Schichtlinien des Geländes punktiert gezeichnet; und die ausgezogenen Schichtlinien stellen somit diejenigen des Geländes n a c h der Anlage des Dammes dar (Fig. 67).

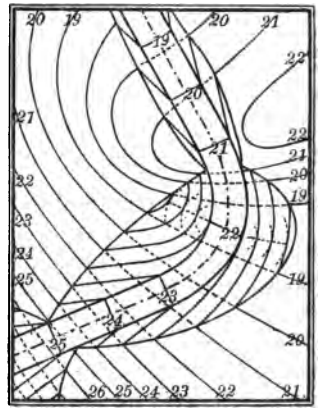

Fig. 67.

§ 75. **Die Ausstrichlinie einer Mulde mit dem Gelände zu bestimmen.** – Die Mulde soll ellipsoidische Gestalt haben

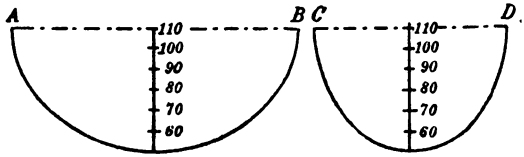

Fig. 68.

mit einer vertikalen Hauptachse; ihre Dimensionen sind durch zwei vertikale Hauptschnitte gegeben (Fig. 68).

(Fig. 69). Die Schichtlinien der Mulde sind Ellipsen, deren Hauptachsen aus den beiden gegebenen Querprofilen zu entnehmen sind. Die Ellipsen werden hier am einfachsten nach der bekannten Papierstreifenmethode konstruiert. Durch die Schnittpunkte dieser Ellipsen mit den gleichkotierten Höhenlinien des Geländes ist dann, wie in der vorigen Aufgabe, die gesuchte Verschneidung bestimmt. Wenn es nur auf diese Verschneidung ankommt, braucht man von den Ellipsen ersichtlich jedesmal nur die Punkte in der Nähe der gleichkotierten Schichtlinien zu konstruieren.

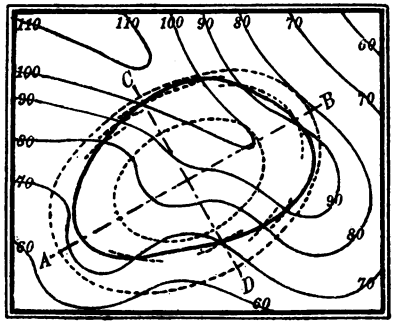

Fig. 69.

§ 76. **Schnittkurve einer zylindrischen Fläche mit dem Gelände.** — Diese Aufgabe kommt in der Geologie vor, wenn es sich darum handelt, die Ausstrichlinie einer gefalteten Schicht (Sattelfalte) zu ermitteln. Durch die Beobachtung gefunden seien das Streichen und Einfallen der Schicht an irgendeinem Punkte, d. h. Streichen und Fallen der Zylindergeraden; ferner sei gegeben ein scheinbares Profil der Schicht, d. h. die Schnittkurve des Zylinders mit einer beliebig gegebenen Ebene. In Fig. 70 sei g eine Zylindergerade, deren Graduierung aus dem beobachteten Streichen und Fallen ermittelt sei. Der Gefällemaßstab der Ebene des aufgenommenen Profils p sei (E), ebenfalls aus den beobachteten Daten konstruiert. Um die gesuchte Schnittkurve zu konstruieren, bestimme man zunächst diejenigen Kurven, in denen der Zylinder die Schichtebenen der Gelände-

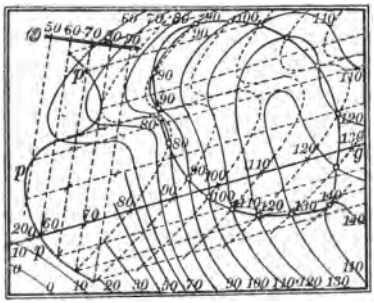

Fig. 70.

fläche durchschneidet. Zu dem Zwecke ziehe man durch die Punkte des scheinbaren Profils p, das durch die Streichlinien seiner Ebene (E) graduiert ist, die erzeugenden Geraden des Zylinders, d. h. man ziehe Parallelen zu g, und graduiere diese, von den Punkten des Profils p ausgehend, mit dem gleichen Intervalle wie g. Die Verbindung der Punkte gleicher Koten dieser Geraden ergibt die erwähnten Kurven; sie sind untereinander kongruent und gehen aus einer von ihnen durch Parallelverschiebung längs der Richtung g hervor (vgl. § 21). Sie schneiden die gleichkotierten Höhenlinien des Geländes in Punkten der gesuchten Grenzkurve.

§ 77. Um eine gegebene topographische Fläche einen Zylinder mit horizontalen Mantelgeraden zu umschreiben. – Die Richtung g der horizontalen Mantelgeraden des Zylinders sei gegeben. Man hat dann nur an die Schichtlinien der topographischen Flächen Tangenten zu legen, die der gegebenen Richtung parallel sind. Der geometrische Ort der Berührungspunkte ist die Berührungskurve der Fläche und des Zylinders. Sie ist der Umriß der Fläche, wenn diese in der gegebenen Richtung aus sehr weiter Ferne betrachtet wird (Fig. 71).

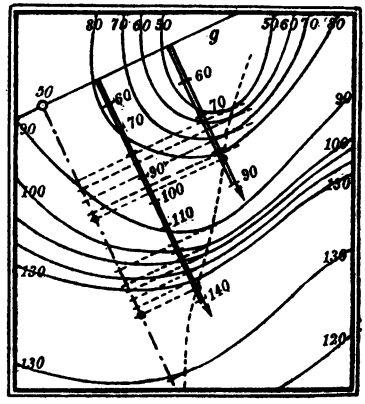

Fig. 71.

§ 78. Durch eine gegebene horizontale Gerade g die Berührungsebenen an eine Geländefläche zu legen. – Die gesuchten Tangentialebenen stimmen mit denen überein, die sich durch dieselbe Gerade g an den der Fläche umschriebenen Zylinder legen lassen, dessen Mantelgeraden ebenfalls horizontal und zu g parallel sind. Man konstruiere also diesen Zylinder, wie in § 77

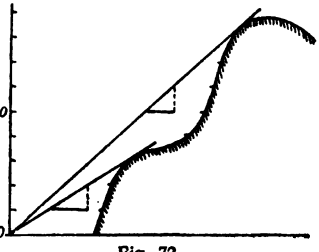

Fig. 72.

angegeben. Legt man weiter senkrecht zu den Mantelgeraden ein Querprofil (§ 54), das auch die gegebene Gerade g in einem gewissen Punkte schneiden wird, so sind die Tangenten von diesem Punkte an das Querprofil die Durchschnittsgeraden der gesuchten Tangentialebenen mit der Profilebene. Daraus sind die Berührungspunkte und die Gefällemaßstäbe der Tangentialebenen leicht zu entnehmen (Fig. 71 und 72).

§ 79. Umschriebener Zylinder mit beliebig gegebener Richtung der Mantelgeraden. – Die gegebene Richtung

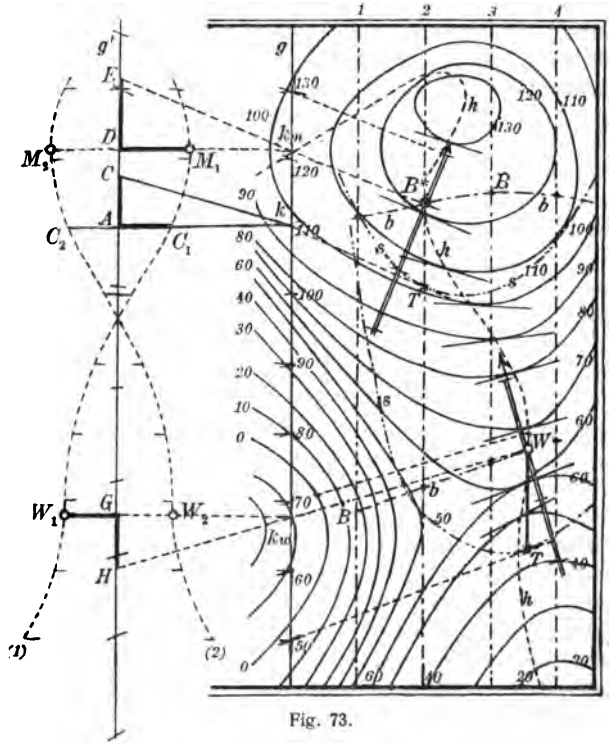

Fig. 73.

sei durch eine graduierte Gerade g dargestellt. Man legt parallel zu ihr eine genügende Anzahl Vertikalschnitte durch

die gegebene Geländefläche, zeichnet die zugehörigen Profile (§ 54) und legt an sie Tangenten in Richtung der gegebenen Geraden. Die Berührungspunkte B überträgt man aus der Profilzeichnung wieder in die Karte der Fläche und erhält so darin diejenige Kurve b, möglicherweise mehrere, längs denen der oder die Zylinder die Fläche berühren (Fig. 73 und 74). In der Figur sind vier zu g parallele Querprofile gezeichnet, die mit 1 bis 4 angemerkt sind; der Deutlichkeit wegen ist 3 um 10 und 4 um 30 Höheneinheiten niedriger gelegt, als der Wirklichkeit entspricht. An jedes Profil lassen sich hier zwei zu g parallele Tangenten legen, es kommen also je zwei Berührungspunkte B, zwei Berührungskurven b und daher zwei Zylinder zum Vorschein.

Überträgt man zu den Berührungspunkten B auch ihre Koten aus der Profilzeichnung, so läßt sich sehr leicht für jeden Zylinder die Schar der Schichtlinien konstruieren. Da jede Schar aus kongruenten Kurven besteht, die auseinander durch Parallelverschiebung längs der Richtung g hervorgehen, so genügt es, je eine der Schichtlinien zu zeichnen. Man hat zu dem Zweck durch die Punkte B die zu g parallelen Erzeugenden zu ziehen und sie, von B ausgehend mit demselben Intervall wie g zu graduieren. Die Verbindungslinien der Punkte gleicher Koten ergeben die gesuchten Schichtlinien s; in der Figur ist für den einen Zylinder die Schichtlinie 110, für den anderen die Schichtlinie 50 gezeichnet worden.

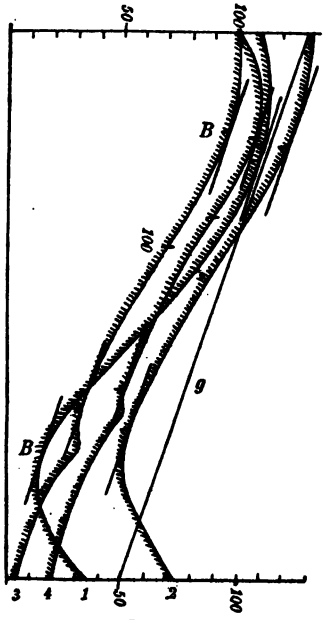

Fig. 74.

§ 80. **Berührungsebene.** – Man kann die eben ausgeführte Konstruktion des umgeschriebenen Zylinders benutzen, um an eine gegebene Geländefläche eine Berührungsebene zu legen, die durch eine gegebene

Gerade geht. — Ist g die gegebene Gerade, so konstruiert man zunächst, wie eben gezeigt, den umschriebenen Zylinder, dessen Mantelgeraden die Richtung g haben. Eine Schichtlinie s dieses Zylinders genügt zur Konstruktion der gesuchten Tangentialebene. Denn zieht man von dem Punkte der gegebenen Geraden g, der genau die Kote s hat, an die Schichtlinie s die Tangente (in der Figur 73: $s = 110$ und $s = 50$, Berührungspunkt T), so ist diese eine Streichlinie der durch g gehenden Berührungsebene des Zylinders. Diese Tangentialebene berührt aber auch die gegebene Geländefläche, und man findet ihren Berührungspunkt B^* als Schnittpunkt der Mantelgeraden TB^* mit der Berührungskurve b. In der Figur sind zwei solche Berührungspunkte (B^* und W) und demnach zwei verschiedene Tangentialebenen vorhanden; ihre Gefällemaßstäbe sind leicht zu konstruieren.

§ 81. Andere Konstruktion des umschriebenen Zylinders und der Berührungsebene. — Die eben auseinandergesetzte Konstruktion der Tangentialebene ist wegen der zahlreichen Profile, die zu zeichnen sind, wenig bequem und auch wenig genau; doch ist sie, etwa zur Kontrolle der folgenden Methode, dann gut brauchbar, wenn man die ungefähre Lage der Berührungspunkte kennt und daher mit weniger Vertikalschnitten auskommt.

Die zweite Methode zur Lösung der Aufgabe, an eine Geländefläche eine Tangentialebene zu legen, die durch eine gegebene Gerade geht, ist zwar etwas weniger leicht verständlich, aber zeichnerisch einfacher und meist auch genauer als die obige. — Wenn man von den Punkten der gegebenen Geraden g an die gleichkotierten Schichtlinien der Fläche Tangenten legt, so stellen diese die Schichtlinien einer geradlinigen Fläche dar, die durch die Gerade g geht und die Geländefläche berührt. Die Berührungskurve ist als Ort der Berührungspunkte leicht zu zeichnen. Auf ihr muß auch der Berührungspunkt der gesuchten Tangentialebene liegen; und da diese durch g geht, ist sie auch Tangentialebene der geradlinigen Hilfsfläche und hat mit ihr die durch den Berührungspunkt gehende Gerade gemeinsam, die, da sie horizontal verläuft, zugleich eine ihrer Schichtlinien ist. Demnach

ist die Aufgabe gelöst, wenn die durch g gehenden Berührungsebenen an die Hilfsfläche gefunden sind.

Man betrachte nun alle durch g gehenden Ebenen – das Ebenenbüschel mit der Achse g –; jede von ihnen ist bestimmt durch den Winkel, den sie mit einer festen ebenfalls durch g gehenden Ebene bildet, etwa derjenigen (E), auf der g eine Fallinie ist. Jede der Ebenen ist daher auch bestimmt durch den Winkel α, den ihre Streichlinien mit denen der genannten festen Ebene (E) bilden, d. h. mit der zu g senkrechten Richtung.

Zu diesen Ebenen gehören auch alle solche, deren Streichlinien zugleich der geradlinigen Hilfsfläche angehören, also auch die gesuchten Tangentialebenen. Eine solche Ebene ist zur Fläche so gelegen, daß benachbarte Geraden der Fläche entweder oberhalb oder unterhalb von ihr verlaufen, je nachdem die Ebene die Fläche von unten oder oben berührt; oder endlich, wenn die Fläche in der Nähe des Berührungspunktes sattelförmig verläuft, so, daß die Ebene die Fläche berührend durchsetzt. In den beiden erstgenannten Fällen ist daher je nachdem der Winkel α für die Tangentialebene kleiner oder größer als die entsprechenden Winkel für benachbarte Ebenen der betrachteten Art. Zur Konstruktion der Berührungsebenen in diesen Fällen wird man demnach unter den gezeichneten Streichlinien diejenigen auszusuchen haben, für die der Winkel α größer oder kleiner als für die benachbarten ist. Das Aussuchen nach dem Augenmaß erfordert einige Übung, und die danach ausgeführte Konstruktion ist meist recht wenig genau. Man lege dann ein Zeichendreieck gegen g unter dem Winkel α an, den man als größten oder kleinsten geschätzt hat, und prüfe durch Parallelverschieben des Dreiecks längs eines zweiten die Richtigkeit der Schätzung.

Durch die folgende Überlegung und das Zeichnen einer Hilfskurve kommt man genauer zum Ziel (Fig. 73). Statt den Verlauf des Winkels α selber kann man nämlich auch den Verlauf einer stetigen Funktion von α, etwa $\operatorname{tg}\alpha$ verfolgen, z. B. indem man eine zu $\operatorname{tg}\alpha$ proportionale Strecke jedesmal als Ordinate zu der Kote als Abszisse aufträgt, die die zugehörige Streichlinie hat. Zu dem Zweck ziehe man in einem beliebigen nicht zu kleinen Abstand zu g eine Par-

allele g'; das rechtwinklige Dreieck kAC, das bestimmt wird durch den auf g gelegenen Punkt der Kote k und die durch ihn gehenden Streichlinien der Hilfsfläche und der Ebene (E), ergibt $CA = kA \cdot \operatorname{tg}\alpha$, und da für alle so entstehenden Dreiecke die entsprechenden Stücke kA konstante Längen haben, so sind die CA entsprechenden Stücke proportional zu $\operatorname{tg}\alpha$. Man trägt die Stücke CA von A aus auf kA ab $(C_1A = CA)$ und erhält so eine Kurve (1), die den Verlauf von $\operatorname{tg}\alpha$ wiedergibt. Die Maxima, Minima und, für den erwähnten dritten Fall einer sattelförmigen Berührung, die horizontalen Wendepunkte dieser Kurve geben diejenigen Werte von $kA \cdot \operatorname{tg}\alpha$, zu denen eine einer Tangentialebene zukommende Streichlinie gehört. Um sie zu konstruieren, hat man nur durch einen solchen Punkt M_1 der Kurve eine Senkrechte k_mM_1D zu g, g' zu ziehen, $DE = DM_1$ zu machen, dann ist k_mE die gesuchte Streichlinie; sie schneidet die Berührungskurve im Berührungspunkte B der gesuchten Tangentialebene, deren Gefällemaßstab danach leicht zu konstruieren ist. Dieselbe Konstruktion ist bei dem Wendepunkt W_1 ausgeführt: man zieht k_wW_1G senkrecht zu g, g', macht $GH = GW_1$ und zieht k_wH, die Streichlinie der gesuchten Tangentialebene, wodurch zugleich deren Berührungspunkt W erhalten wird. Die Genauigkeit der Konstruktion kann noch leicht verbessert werden, wenn man die symmetrische Kurve (2) zeichnet; man macht $C_2A = CA$ usw.

Übrigens ist noch eine dritte Kontrolle für die gesuchten Berührungspunkte dadurch gegeben, daß die Berührungskurve hh der Hilfsfläche – in der Figur 73 gezeichnet – und die Berührungskurven b der umschriebenen Zylinder (§ 79) sich in den gesuchten Punkten B^* und W schneiden müssen.

§ 82. **Von einem gegebenen Punkte an eine topographische Fläche den Berührungskegel zu zeichnen. Scheinbarer Umriß, Horizont.** – Eine Lösung dieser Aufgabe liegt auf der Hand: man führt durch den im Raume gegebenen Punkt A' genügend viele Vertikalschnitte, zeichnet die zugehörigen Profile der Fläche und legt an diese von A' aus Tangenten; die Berührungspunkte, in die Karte übertragen, ergeben die gesuchte Berührungskurve. Zweckmäßig nimmt man die Profile, die in der Karte durch die Tangenten von A,

der Projektion von A', an die Schichtlinien der Fläche bestimmt sind, weil man an ihnen am leichtesten verfolgen kann, wie weit es nötig ist, die Profile wirklich zu zeichnen. Allein diese Methode ist aus denselben Gründen, wie sie oben beim umschriebenen Zylinder (§ 81) angegeben wurden, praktisch wenig bequem und von geringer Genauigkeit. Folgende Methode ist bequemer, oft auch genauer. Sie beruht auf einer Überlegung, die eine Erweiterung der in § 81 angegebenen darstellt.

Es sei A' (Kote 45) der gegebene Punkt des Raumes, A seine Projektion und AC eine gegebene Richtung in der Karte. Man kann die Aufgabe, von A' aus eine Tangente mit der Projektion AC an die gegebene Geländefläche zu legen, in der üblichen Weise durch Zeichnung des Profils in der Richtung AC lösen.[1]) Man denke sich nun in der Karte durch A eine beliebige Gerade g gelegt und ihre Punkte mit den gleichkotierten des Profils geradlinig verbunden. Diese Geraden sind die Schichtlinien einer geradlinigen Fläche, und jede von ihnen kann als Streichlinie einer durch g hindurchgehenden Ebene aufgefaßt werden. Wie in § 81 wird jede dieser Ebenen bestimmt durch den Winkel α, den ihre Streichlinien mit denen der Ebene bilden, auf der g eine Fallinie ist. Diejenigen der genannten Ebenen, die durch die Tangenten hindurchgehen, die man von A' aus in der Profilebene $A'AC$ an die Fläche legen kann, liegen höher oder tiefer als die benachbarten unter ihnen; der Winkel α ist also für sie größer oder kleiner als für die benachbarten. Man kann also jene Ebenen und damit die Berührungspunkte B der Tangenten finden, indem man für α die größten oder kleinsten Werte

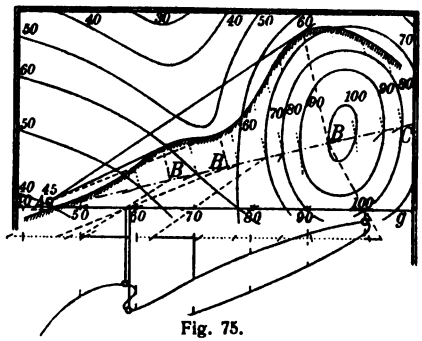

Fig. 75.

1) Beim Umklappen des Profils in die Zeichenebene möge A' in den durch den kleinen Kreis und die beigeschriebene Kote 45 markierten Punkt übergehen.

aufsucht, wozu man sich des in § 81 angegebenen Verfahrens der Hilfskurve bedienen kann (Fig. 75).

Will man nun von A' aus den Berührungskegel an die gegebene Fläche legen, so wird man durch A eine Schar von Geraden AC ziehen und nach der eben beschriebenen Methode die Berührungspunkte B der von A aus zu ziehenden Tangenten bestimmen. Dabei kann man sich beständig derselben Hilfsgeraden g bedienen. Einschaltung von Schichtlinien in der Nähe von B erhöht die sonst nicht große Zeichengenauigkeit.

§ 83. **Beispiel.** – Die eben besprochene Aufgabe der Konstruktion des Berührungskegels einer Geländefläche findet ihre praktische Anwendung in der für militärische Zwecke wichtigen Frage nach dem Horizont, der von einem bestimmten Punkte aus sichtbar ist. Die Figur 76 gibt dafür ein Beispiel. Bei A ist ein 20 Meter hoher Standplatz, Aussichtsturm oder dgl. errichtet; in der Karte ist der vor und nach Errichtung des Turmes von A aus sichtbare Horizont eingezeichnet. Die von der Turmspitze aus nicht sichtbaren Geländeteile sind durch Schraffur hervorgehoben.

Fig. 76a.

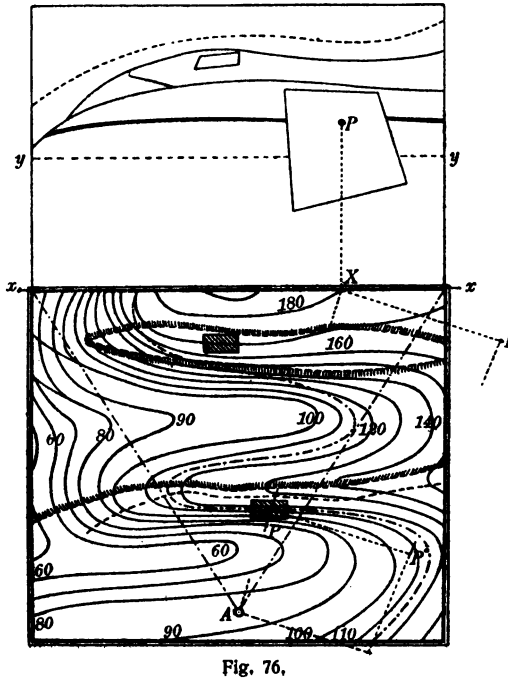

Fig. 76.

Selbstverständlich stimmen die Ergebnisse dieser Konstruktion mit der Wirklichkeit nur dann angenähert überein, wenn der gefundene Gesichtskreis genü-

gend klein ist; andernfalls spielt natürlich die Krümmung der Erdoberfläche, die dann nicht mehr vernachlässigt werden darf, eine gewisse Rolle.

§ 84. **Ansicht des Geländes.** — Aus einer gegebenen Karte die Ansicht des Geländes zu konstruieren. Unter Ansicht wird die Projektion auf eine vertikale Bildfläche verstanden. — Bei einer Ansicht aus sehr weiter Ferne wird es sich um eine Parallelprojektion handeln, während bei gegebenem Aussichtspunkt eine Zentralprojektion in Frage kommt, deren Zentrum eben dieser Punkt ist.

a) Parallelprojektion. — Es genügt, die Richtung der projizierenden Strahlen zur Bildebene senkrecht anzunehmen, da die schiefe Parallelprojektion in ähnlicher Weise auszuführen ist. Man zeichnet (Fig. 77) den Grundriß der Bildebene als Gerade $x \ldots x$ in den Plan, und projiziert zunächst genügend viele Punkte des Planes auf sie, besonders den Umriß (§ 77; man zeichne an die Schichtlinien Tangenten, die auf $x \ldots x$ senkrecht stehen) und einzelne hervortretende Stellen des Geländes. Auf die anzufertigende Ansicht (Aufriß) überträgt man sodann jeden der projizierten Punkte mittels einer Senkrechten auf $x \ldots x$, deren Länge gleich der zugehörigen Kote ist (Fig. 77).

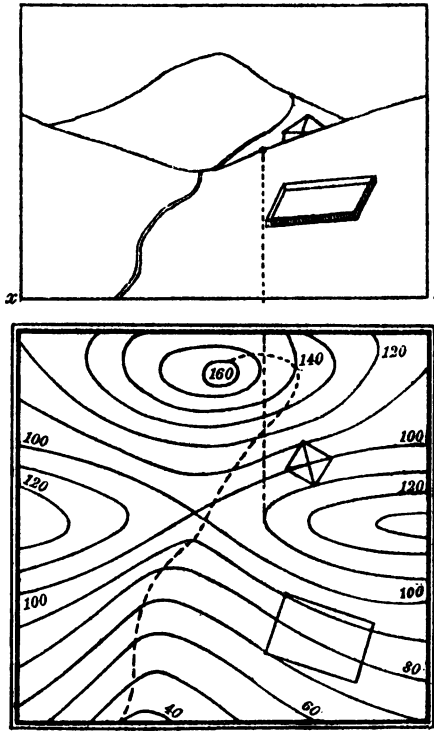

Fig. 77.

In der Figur 77 ist noch der Verlauf eines Weges, die Lage eines umfriedigten Platzes und eines hohen Gebäudes angegeben. Das letztere, dessen Dachspitze 30 m über dem Boden angenommen ist, ragt nur mit einem Teile über dem Horizont hervor.

b) Zentralprojektion. – Man zeichnet (Fig. 76) wieder den Grundriß der Bildebene als Gerade $x \ldots x$ in den Plan, und projiziert vom Projektionszentrum A (Kote 105) aus genügend viele Punkte auf sie; dazu hat man die Verbindungsgeraden von A mit jedem der zu projizierenden Punkte P zu graduieren und dadurch die Koten der Schnittpunkte P' mit der Bildebene zu bestimmen. Nach § 3 kann man das graphisch, wie auch in der Figur angedeutet ist, oder rechnerisch ausführen; im vorliegenden Falle ist letzteres besonders mit dem Rechenschieber sehr bequem, wenn man gleich mit den Kotendifferenzen gegen A rechnet und die Ergebnisse von der Geraden $y \ldots y$ an aufträgt, die der Kote von A entspricht.

Besonders ist auch der von A aus sichtbare Horizont zu zeichnen, wie in § 83 angegeben. Die Figur 76a stellt ein Bild der zu § 83 gehörigen Figur 76 dar, oder genauer gesagt, eine Ansicht des Geländes von der Spitze des in A errichteten Turmes, und zwar innerhalb des durch die Bildgrenzen bestimmten Ausschnittes. Die gestrichelte Kurve des Bildes zeigt den vor Errichtung des Turmes von der Stelle A aus sichtbaren Horizont; er verdeckt den ganzen Hintergrund des Geländes, und läßt deutlich erkennen, welche Wirkung es hat, wenn der Standplatz bei A um 20 m erhöht wird. In der Figur sind ferner der Verlauf eines Weges und die Ansicht zweier im Grundriß gleich großer umfriedigter Plätze angegeben. Letztere läßt die bekannte Tatsache erkennen, daß die in der Nähe von A gelegenen Gegenstände größer erscheinen als die entfernteren; aber man sieht auch, daß die Zeichengenauigkeit um so geringer ist, je weiter der abzubildende Gegenstand von der Bildebene entfernt ist. Übrigens ist daran zu erinnern, daß den Geraden des Grundrisses im allgemeinen keineswegs gerade Linien im Bilde entsprechen; z. B. sind die Umzäunungen der Plätze nicht geradlinig, weil diese auf gekrümmten Flächen gelegen sind.

§ 85. Die nächsten Paragraphen sollen kurz zeigen, in welcher Weise man Maßbestimmungen der Längen, Flächen und Volumina an einer topographischen Fläche auszuführen hat.

Längenmessung. – Um die Länge eines ebenen Kurvenbogens zu bestimmen, ersetzt man ihn durch einen aus genügend kleinen geradlinigen Stücken bestehenden Polygonzug, dessen Teile, längs einer Geraden aneinandergesetzt, die gesuchte Länge angenähert ergeben (Rektifikation). Am schnellsten überträgt man den Kurvenbogen auf die Gerade durch Abgreifen mit einer genügend kleinen Zirkelöffnung. Dabei hat man jedoch zu beachten, daß sich zwar, je kleiner die Zirkelöffnung, um so mehr der kleine Bogen der zugehörigen Sehne anschmiegt, aber auch um so mehr die durch vielmaliges Aneinandersetzen des Zirkels entstehenden Fehler häufen. Besser ist ein Kurvimeter, ein kleines gekordetes Rädchen, mit dem man, die Radebene senkrecht zur Papierebene haltend, den Kurvenbogen abfährt, wobei die ganzen Umdrehungen durch ein Zählwerk angegeben werden. Man prüft das Kurvimeter durch Ausmessen einer geradlinigen oder kreisförmigen Strecke bekannter Länge. – Die Länge eines Kurvenbogens auf einer topographischen Fläche bestimmt man, indem man das Längenprofil der Kurve konstruiert (§ 47) und dieses rektifiziert.

§ 86. **Flächenmessung.** – Zur praktischen Ausmessung eines ebenen willkürlich begrenzten Flächenstückes hat man sich gewisser Annäherungsmethoden zu bedienen, deren Berechtigung in der Integralrechnung streng bewiesen wird, oder man benutzt ein Planimeter.

a) **Quadratteilung.** Fast für alle hier in Frage kommenden Zwecke ausreichend ist es, ein Blatt Millimeterpauspapier über das Flächenstück zu decken. Man zählt die eingeschlossenen Quadratmillimeter ab und nimmt von den durchschnittenen entweder die Hälfte zu oder schätzt ihre Anteile ab. Das ergibt angenähert den Flächeninhalt in Quadratmillimetern; um ihn in den Flächeneinheiten des Maßstabes der Karte zu erhalten, hat man zu ermitteln, wie viele Quadratmillimeter auf eine Flächeneinheit der Karte gehen. Für den häufigeren Gebrauch im selben Maßstab zeichnet man ein dazu gehöriges genügend engmaschiges Quadratnetz auf Pauspapier oder ritzt es mit der Zirkelspitze auf eine dünne

Zelluloidplatte, wie sie etwa zu photographischen Films verwendet wird und also leicht zu beschaffen ist. Man legt die geritzte Seite auf die Karte.

§ 87. b) **Streifeneinteilung.** Statt der Quadrateinteilung genügt es auch, eine Zahl paralleler Geraden in gleichem genügend kleinem Abstand δ auf Pauspapier oder einen Film zu zeichnen. Der gesuchte Flächeninhalt ist dann gleich $\delta \cdot \Sigma y$, wo Σy die Summe aller der durch die Berandung ausgeschnittenen parallelen Strecken bedeutet. Diese Summe kann man durch passendes Abgreifen mit dem Zirkel und Vergleichung mit dem Kartenmaßstab messen. Bequemer macht man das mit dem Kurvimeter oder auch mit der Millimeterteilung eines Maßstabes, nachdem man einen verschiebbaren Index angebracht hat; dazu ist der Rechenschieber gut zu brauchen, besonders wenn man an dem Glasläufer einen kleinen Papierstreifen mit Index befestigt. Der erste und der letzte Abschnitt des Flächenstückes ist nötigenfalls schätzungsweise für sich zu bestimmen.

Ein genaueres Resultat liefert die Simpsonsche Regel: Man nimmt das Mittel der Anfangs- und Endordinate, $\frac{1}{2}(y_a + y_b)$, die übrigens auch Null sein können, sodann die Summe aller ausgeschnittenen Strecken s, endlich noch die doppelte Summe der Mittellinien m aller Streifen (Fig. 78); die Gesamtsumme dieser drei Werte, mit $\frac{2}{3} \cdot \delta$ multipliziert, liefert den Flächeninhalt meist mit großer Genauigkeit.

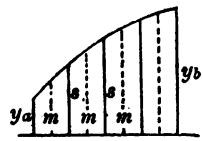

Fig. 78.

§ 88. c) **Planimeter.** Am schnellsten und auch wohl am genauesten bedient man sich zur Flächenmessung eines Planimeters, wie es in seiner einfachsten Form des Polarplanimeters in Fig. 79 schematisch abgebildet ist. PD ist eine um den Nadelspitzpol P drehbare Stange beliebiger Länge, so daß also D einen Kreis beschreibt; DF ist eine in D drehbare Stange der Länge l, deren Fahrstift F die Berandung des auszumessenden Flächenstückes einmal umfährt; R ist ein auf der Zeichenebene rollendes, nicht gleitendes Rad vom Radius r, dessen Winkeldrehung w an einer Teilung abgelesen

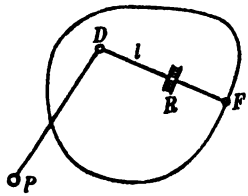

Fig. 79.

werden kann. Man zeigt mit Hilfe der Integralrechnung, daß der gesuchte Flächeninhalt gleich $l \cdot wr$ ist; meist gibt die Teilung des Instruments dieses Produkt direkt an.

§ 89. **Geneigte Fläche.** – Wenn die Ebene der zu komplanierenden ebenen Fläche unter dem Winkel α gegen die Horizontalebene der Karte geneigt ist, so ergibt sich der wahre Flächeninhalt aus dem seiner Projektion, indem man letztere durch $\cos \alpha$ dividiert. Das sieht man sogleich ein, wenn man sich die Fläche und ihre Projektion durch Ebenen, die auf der Schnittgeraden der Fläche und der Projektionsebene senkrecht stehen, in genügend schmale Streifen der Breite δ zerlegt denkt. Die mittleren Längen des Streifens und seiner Projektion verhalten sich wie $1 : \cos \alpha$, daher, da die Breite dieselbe ist, auch ihre Flächeninhalte, daher auch die Flächen selbst.

Diese Bemerkung kann man bisweilen benutzen, um praktisch von einem begrenzten Teile einer Geländefläche den Flächeninhalt zu bestimmen, nämlich dann, wenn sie sich in Bezirke teilen läßt, innerhalb deren die Horizontalneigung genügend konstant ist, was sich übrigens sehr leicht am Verlauf der Fallinien erkennen läßt.

§ 90. **Flächeninhalt einer Böschungsfläche.** – Wie in § 64 gezeigt, ist jede Böschungsfläche auf eine Ebene abwickelbar, und zwar so, daß nach und nach jede ihrer geradlinigen Fallinien in die Ebene fällt. Da bei der Abwickelung außer den Längen die Winkel zwischen den Kurven der Böschungsfläche sich nicht ändern, so gehen die Schichtlinien in Kurven über, die auf den geradlinigen Fallinien auch nach der Abwickelung senkrecht stehen. Man betrachte nun einen von zwei beliebigen Schichtlinien und zwei geradlinigen Fallinien begrenzten Streifen einer Böschungsfläche. Sein Flächeninhalt bleibt bei der Abwickelung in die Zeichenebene, wodurch die Figur $ACDB$ (Fig. 80) entstehen möge, ebenfalls ungeändert. Es seien MP, NQ die Abwickelungen zweier naher Fallinien von der Länge l; sie schneiden das Flächen-

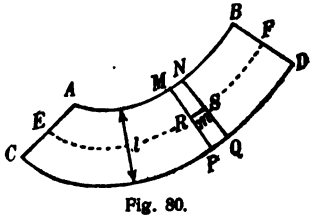

Fig. 80.

stück $MPQN$ aus, das um so mehr als Trapez betrachtet werden kann, je näher MP und NQ aneinander liegen. Ist RS die Mittellinie des Trapezes, m ihre Länge, so ist seine Fläche $l \cdot m$; demnach der Flächeninhalt des ganzen Stückes $ABCD$ gleich $l \cdot \Sigma m$, wo Σm nichts anderes als die Bogenlänge der mittleren Schichtlinie EF ist. Man findet daher den Flächeninhalt einer von zwei Schichtlinien und zwei Falllinien der wahren Länge l begrenzten Böschungsfläche, indem man l mit der Bogenlänge der mittleren Schichtlinie multipliziert.

Die Ausführung kann unmittelbar an der Karte der Böschungsfläche vorgenommen werden, da ja bei jeder Fläche die Schichtlinien mit ihren Projektionen kongruent sind. Übrigens braucht man die erwähnte mittlere Schichtlinie nicht erst zu konstruieren, sondern nimmt einfacher und genauer aus den Bogenlängen der begrenzenden Schichtlinien das arithmetische Mittel. Sind λ die aus der Karte zu entnehmende konstante Horizontalentfernung der beiden Schichtlinien, k_1 und k_2 ihre Koten, so ist $l = \sqrt{\lambda^2 + (k_1 - k_2)^2}$, also als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten λ und $(k_1 - k_2)$, letztere in Einheiten des Höhenmaßstabes, leicht zu konstruieren.

Da man nach § 65 eine Geländefläche, die durch genügend viele Schichtlinien gegeben ist, gleich der erachten kann, die aus schmalen Streifen von Böschungsflächen zusammengesetzt ist, so läßt sich die eben auseinandergesetzte Methode auch benutzen, um angenähert die Inhalte beliebiger Flächenstücke zu bestimmen. Eine große Genauigkeit wird man freilich nicht zu erwarten haben.

§ 91. **Volumen eines begrenzten Geländeteiles.** — Es ist eine wichtige Aufgabe der technischen Praxis, den Kubikinhalt von Erdmassen zu bestimmen. Wenn die Begrenzung ganz willkürlich ist, muß man sich wie beim Flächeninhalt gewisser Annäherungsmethoden bedienen, deren Berechtigung und Genauigkeit in der Integralrechnung gezeigt wird. Man denkt sich den zu kubizierenden Körper in eine Anzahl so dünner Schichten zerlegt, daß sie ohne merklichen Fehler als zylindrische Scheiben betrachtet werden können, deren Volumen gleich dem Produkt aus ihrer Dicke δ und ihrem

Querschnitt q ist. Haben alle Schichten des Körpers die gleiche Dicke δ, so ist das Volumen des Körpers $v = \delta \cdot \Sigma q$, wo Σq die Summe aller Querschnitte bedeutet. Die gewöhnliche Zerlegung ist die in horizontale Schichten. Die Querschnitte werden also durch die Schichtlinien der Fläche begrenzt. Man kann jeden Querschnitt nach irgendeiner der in §§ 86 bis 90 angegebenen Methoden bestimmen. Aber auch v selber kann man nach denselben Methoden ermitteln. Denn trägt man die gemessenen Werte der Querschnitte als Ordinaten zu den zugehörigen Koten als Abszissen auf, und verbindet ihre Endpunkte durch eine glatte Kurve, so ist die Maßzahl des Flächeninhalts, der von dieser Kurve, der Abszissenachse und den Anfangs- und Endordinaten begrenzt wird, gleich v.

§ 92. Zur Erläuterung der in den letzten Paragraphen besprochenen Maßbestimmungen soll jetzt eine dem bergmännischen Anwendungsgebiet entnommene Aufgabe etwas ausführlicher besprochen werden.

Eine nutzbare unterirdische Lagerstätte wird in der Regel durch eine Anzahl von Bohrlöchern erschlossen, die erkennen lassen, wie weit sich die Lagerstätte in horizontaler und vertikaler Richtung erstreckt. Da mit Rücksicht auf die Kosten die Zahl solcher Bohrlöcher auf das Mindestmaß beschränkt werden muß, wird aus den Bohrergebnissen die Topographie der Lagerstätte nur in groben Umrissen entnommen werden können, und daher werden alle darauf bezüglichen Konstruktionen und Maßbestimmungen nur als erste Annäherungen an die Wirklichkeit zu betrachten sein; das ist auch bei der Lösung der folgenden Aufgabe nicht zu vergessen.

Aufgabe. Ein Kohlenlager ist durch eine Reihe von Bohrlöchern angefahren und durchteuft. Man soll den Kubikinhalt des Lagers ermitteln. —

Zunächst einige allgemeine Bemerkungen zur Ausführung der Aufgabe. Man wird vor allem die beiden topographischen Flächen zu bestimmen suchen, die den oberen Teil (das Hangende) und den unteren (das Liegende) der Lagerstätte begrenzen, indem man nach § 48 die Schichtlinien durch Längenprofile ermittelt. Das geschieht am besten in einer besonderen Karte, nachdem man darin die Lage der

Bohrlöcher übertragen und die Koten vermerkt hat, in denen jedesmal die Lagerstätte angebohrt und durchteuft wurde. Nunmehr bestimmt man die Schichtenquerschnitte nach § 86 bis § 88, trägt die Werte graphisch zu den Koten als Ordinaten auf, und planimetriert zur Bestimmung des Volumens die entstehende Kurve, wie in § 91 angegeben.

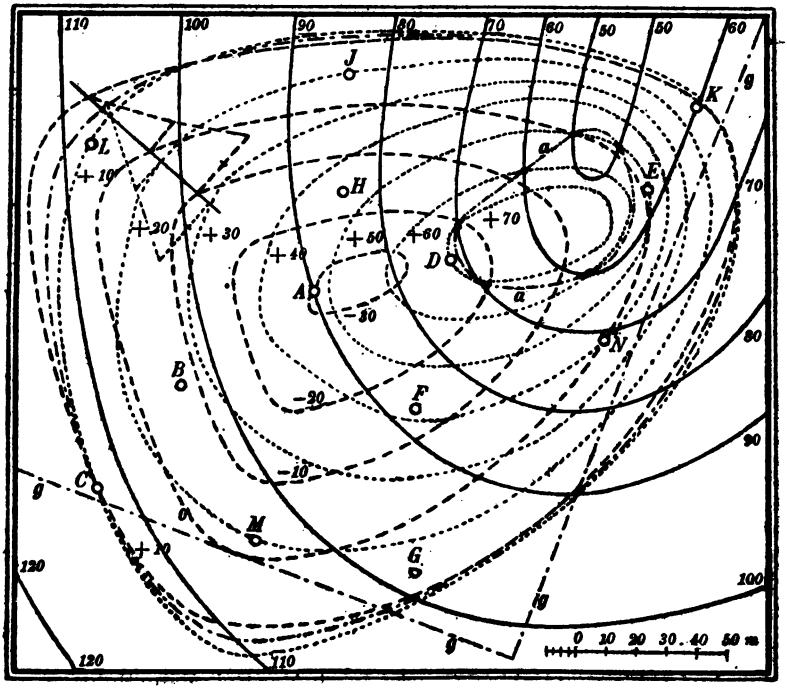

Fig. 81.

§ 93. Es verlohnt sich, die nähere Ausführung etwas eingehender zu besprechen, weil dabei eine Menge Nutzanwendungen der früheren Sätze zum Vorschein kommen. Das soll nun jetzt geschehen. — Gegeben ist die Karte des Geländes (Fig. 81 — Schichtlinien ausgezogen —) und darin verzeichnet die Lage der Bohrlöcher, so daß man daraus die Koten ihrer Mundlöcher entnehmen kann. Außerdem sind zu jedem Bohrloch gegeben die Koten (Teufen), in denen das Hangende ange-

bohrt sowie das Liegende erreicht ist. Die folgende Tabelle enthält diese Angaben für die dreizehn mit *A* bis *N* bezeichneten Bohrlöcher.

Bohrloch	Mundloch	Hangendes	Liegendes
A	+ 90 m	+ 47 m	— 30 m
B	+ 103 „	+ 26 „	— 6 „
C	+ 112 „	+ 12 „	+ 10 „
D	+ 72 „	+ 70 „	— 25 „
E	+ 55 „	+ 50 „	+ 1 „
F	+ 87 „	+ 42 „	— 14 „
G	+ 98 „	+ 15 „	+ 7 „
H	+ 85 „	+ 45 „	— 15 „
I	+ 84 „	+ 20 „	+ 7 „
K	+ 60 „	+ 11 „	+ 9 „
L	+ 108 „	+ 10 „	+ 5 „
M	+ 103 „	+ 20 „	— 2 „
N	+ 71 „	+ 40 „	0 „

Zur Bestimmung der Schichtlinien wird man möglichst solche Längenprofile wählen, die nahezu in Richtung der Fallinien verlaufen; man wird also für das Liegende vom Punkte tiefster Kote (*A*), für das Hangende vom Punkte höchster Kote (*D*) möglichst radial ausgehen, also z. B. namentlich das Profil *CBADEK* benutzen, sodann den Linienzug *IHFG*, wobei man die aus dem vorigen Linienzug interpolierte Kote des Kreuzungspunktes von *AD* und *FH* schon als bekannt benutzen darf, usw. Hat man genügend viele Zwischenpunkte mit runden Koten ermittelt, so zeichnet man zuerst die Schichtlinien, von denen die meisten Punkte bekannt sind. Das erleichtert auch die Zeichnung der übrigen an den Stellen, an denen sie sich nicht durch Profile genügend scharf bestimmen lassen.

Im vorliegenden Fall hat die Lagerstätte die Form einer unregelmäßig gestalteten Linse, wie es in der Natur manchmal bei Braunkohlenlagerstätten vorkommt. In der Fig. 81 sind die Schichtlinien des Liegenden gestrichelt, die des Hangenden punktiert gezeichnet. In der Zeichnung findet sich sowohl eine Schichtlinie + 10 für das Hangende, wie

auch eine für das Liegende; von jeder gehört aber nur ein Teil der eigentlichen Lagerstätte an; das kommt daher, daß sich Hangendes und Liegendes in einer Raumkurve durchsetzen, deren Projektion zwischen den beiden Schichtlinien + 10 verläuft. Man konstruiert ihre genauere Lage am einfachsten mittels einiger Querprofile, von denen in der Figur eines (bei *L*) angedeutet ist.

Wenn die Schichtlinien alle gezeichnet sind, kann die Planimetrierung beginnen. Dabei treten in der vorliegenden Figur noch zwei kleine Erschwerungen auf, die zu beachten sind. Erstens wird verlangt, daß von dem Volumen nur derjenige Teil bestimmt wird, der innerhalb der geradlinigen Grubengrenzen *gg* und der dadurch bestimmten Vertikalebenen gelegen ist. Die Querschnitte sind daher jedesmal nur bis zu diesen Geraden zu planimetrieren. Zweitens aber tritt die Lagerstätte zutage, und daher wird ihre Gestalt durch das Gelände beeinflußt. Die Ausbißlinie *aa* (— · — · — · —) ist nach § 71 konstruiert worden; beim Planimetrieren muß ersichtlich jedesmal der Teil der Schichtlinie des Hangenden, der von der Ausbißlinie umfaßt wird, durch den entsprechenden Teil der Schichtlinie des Geländes ersetzt werden. Das hat man beim Umfahren mit einem Polarplanimeter berücksichtigt, und dann folgende Querschnitte in willkürlichen Einheiten *p* des Planimeternonius – Mittel aus mehreren Beobachtungen – erhalten:

	Kote:	Querschnitt:
Liegendes:	− 30 m	21,5 p
	− 20 „	171 „
	− 10 „	336 „
	± 0 „	826 „
	+ 10 „	1284,5 „
Hangendes:	+ 10 „	1268 „
	+ 20 „	977 „
	+ 30 „	668,5 „
	+ 40 „	434 „
	+ 50 „	241 „
	+ 60 „	77 „
	+ 70 „	4,5 „

Zugleich ergab eine Fläche, die im Maßstab der Zeichnung gemessen 40000 m² entsprach, planimetriert 1598 *p*.

Die graphische Darstellung dieser Werte in beliebigen Maßstäben ergibt die Kurve der Figur 82. Sie besteht aus zwei Ästen, einem für das Hangende und einem für das Liegende, die sich in einem Punkte schneiden. Zur Volumenbestimmung hat man die durch sie und die Abszissenachse begrenzte Fläche zu ermitteln. Die Planimetrierung lieferte in willkürlichen Einheiten q des Planimeternonius, deren Wert übrigens von p verschieden sein kann, das Volumen $549 \cdot q$, während zugleich eine Fläche, die $1000 \cdot p \cdot 100$ m Kubikeinheiten entsprach — in der Figur durch das Rechteck angezeigt —, $1097 \cdot q$ ergab. Daraus folgt für das gesuchte Volumen der Wert

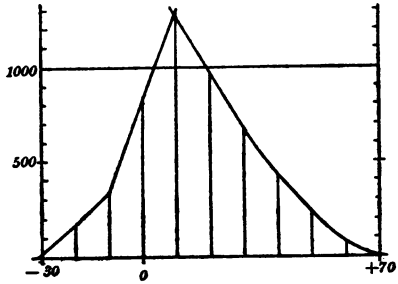

Fig. 82.

$$549 \cdot q \cdot \frac{100000 \cdot p \cdot \text{m}}{1097 \cdot q} \cdot \frac{40000\ \text{m}^2}{1598 \cdot p} = 1\,253\,100\ \text{m}^3.$$

Es wäre sicher nicht richtig, das Resultat auf so viele Dezimalstellen anzugeben, und man wird sich etwa mit der runden Zahl 1 250000 m³ begnügen müssen, zumal eine Abschätzung der Genauigkeit auf Grund der gegebenen Daten nicht einfach ist.

Druck von B. G. Teubner in Leipzig.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Allgemeine Kartenkunde.

Ein Abriß ihrer Geschichte und ihrer Methoden. Von **Dr. H. Zondervan.** Mit 32 Figuren. 8. 1900. Geh. M. 4.60, in Leinwand geb. M. 5.20.

Das Werk bietet zum erstenmale eine vollständige kurzgefaßte Übersicht über das gesamte Gebiet der Kartenkunde, indem es, unter spezieller Berücksichtigung der deutschen offiziellen Kartenwerke, die Geschichte der Kartenkunde, die Topographie, die Kartenprojektionslehre, die Situations- und Terrainzeichnung, die Kartenreproduktion, die Kartometrie und Kartenkritik und die Schulkarten behandelt.

Es ermöglicht so jedem, sich rasch ein tieferes Verständnis für die Karte, ihre Entstehung, ihren Wert und ihre Benutzung zu verschaffen. Es wird daher für den Offizier wie für den Lehrer der Geographie sowie für jeden, der die Karte oft verwendet, ein unentbehrliches Hilfsmittel sein.

„...Die Auswahl aus der überreichen Stofffülle in den einzelnen Kapiteln ist eine durchaus zweckmäßige, die Darstellung bleibt immer leicht verständlich. Das Studium dieser Kartenkunde sei deshalb all denjenigen Geographielehrern, welche von dem Stand und den Leistungen der modernen Kartographie im allgemeinen wie auch von ihren verschiedenen Unterabteilungen im besonderen ein prägnantes Bild gewinnen wollen, aufs wärmste empfohlen." **(Bayr. Zeitschr. f. Realschulwesen.)**

Leitfaden der Kartenentwurfslehre.

Für Studierende und deren Lehrer von weil. Prof. Dr. **K. Zöppritz.** Herausgeg. von Prof. Dr. **A. Bludau.** 2 Teile. gr. 8. Geb.

I. Teil. Die Projektionslehre. Mit 154 Figuren und zahlreichen Tabellen. 3. Aufl. 1912. Geh. *M* 4.80. In Leinwand geb. *M* 5.80.

II. Teil. Kartographie und Kartometrie. Mit 12 Figuren, 2 Tabellen und 2 Tafeln. 2. Aufl. 1908. Geh. *M* 3.60. In Leinwand geb. *M* 4.40.

Wenn schon der erste Teil, die Projektionslehre, hauptsächlich die Aufgaben der praktischen Kartographie behandelt, so hat in noch höherem Grade der zweite Teil sich die Aufgabe gestellt, die Fragen zu behandeln, welche sich dem ausübenden Kartographen bei seiner Tätigkeit entgegenstellen. Zwei beigefügte Tabellen für Meßtischblätter, die Karte des Deutschen Reichs in 1 : 100000 und die österreichische Spezialkarte in 1 : 75000 berechnet, sollen die Anwendung des relativen Verfahrens auf diesen Karten erleichtern.

„Jeder Kartograph, welcher eine Projektion zu entwerfen hat, wird nunmehr zum neuen Zöppritz greifen; hat er aber diesen durchstudiert, so kann er gar keine andere als die richtige Projektion wählen." **(Petermanns Mitteilungen.)**

Das militärische Aufnehmen.

Unter besonderer Berücksichtigung der Arbeiten der Kgl. Preußischen Landesaufnahme nebst einigen Notizen über Photogrammetrie und über die topographischen Arbeiten Deutschland benachbarter Staaten. Nach den auf der Kgl. Kriegsakademie gehaltenen Vorträgen bearbeitet von **B. Schultze.** Mit 129 Textabbildungen. gr. 8. 1903. In Leinw. geb. *M* 8.—

„Wenn aber ein solches Buch von einem Autor verfaßt wird, der wie kein anderer dazu befähigt und berufen ist, so darf mit Sicherheit angenommen werden, daß das Erscheinen des Buches allseitig mit Freuden begrüßt wird. Das Buch wird aber nach meiner festen Überzeugung auch in nichtmilitärischen Kreisen Verbreitung finden und bei allen, die sich mit Topographie und Kartographie beschäftigen, das lebhafteste Interesse erwecken." **(Zeitschr. f. Vermessungswesen.)**

Vorlesungen über darstellende Geometrie.

Unter besonderer Berücksichtigung der Bedürfnisse der Technik. Von weil. Prof. Dr. **Guido Hauck.** Herausgegeben von Dir. **Alfred Hauck.** 2 Bände. I. Band mit 650 Fig. 1912. Geh. M. 10.—, in Leinw. geb. M. 12.—. II. Band in Vorbereitung.

Im vorliegenden ersten Bande werden die Grund- und Aufrißmethode, die axonometrische Methode, die geometrischen Verwandtschaften, krummen Linien und Flächen behandelt; der zweite Band soll die Zentral-Perspektive und die Schattenkonstruktionen enthalten. — Das Buch ist in erster Linie für den Studierenden der technischen Hochschule bestimmt, eignet sich aber auch ebensogut für den angewandte Mathematik Studierenden, besonders auch zum Selbststudium.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Lehrbuch der Vermessungskunde. Feldmessen und Nivellieren. Von E. Hammer.

Mit 500 Textfiguren. gr. 8. 1911. Geh. M. 22.—. In Leinwand geb. M. 24.—

„Man kann sagen, daß nicht der kleinste Handgriff, der zu tun ist, unerwähnt bleibt. Der Anfänger wird auf alle Fehler aufmerksam gemacht, die er geneigt sein könnte zu begehen, und jede Einzelheit wird hervorgehoben, die leicht übersehen werden könnte. So bildet das Buch einen sehr nützlichen Leitfaden zur Einführung in die Elemente der Vermessungskunde und wird ein brauchbares Hilfsbuch sein für den jungen Studierenden, der zum erstenmal befangen und unbeholfen an ein Instrument herantritt." (Monatshefte für Mathematik und Physik.)

„. . . Der Verfasser will ein Buch liefern, daß den Anfänger gründlich unterrichtet und ihm in allen Fällen Rat und Hilfe leistet. Das ist ihm gelungen. Auf jeder Seite findet der Anfänger in klarer Darstellung etwas Neues, was ihm Freude macht, und an lehrreichen Beispielen fühlt er seine Kenntnisse wachsen."
(Deutsche Literaturzeitung.)

Geodäsie. Eine Anleitung zu geodätischen Messungen für Anfänger mit Grundz. der Hydrometrie u. der direkten (astronomischen) Zeit- u. Ortsbestimmung. Von H. Hohenner. Mit 216 Fig. gr. 8. 1910. In Leinw. geb. M. 12.—

„. . . Der Autor nennt seine ‚Geodäsie' eine Anleitung für Anfänger; ich glaube, sie darf als Nachschlagebuch warm empfohlen werden. Über die Ausstattung des Buches kann nur Lobendes gesagt werden."
(Zeitschrift des Vereins der höheren bayr. Vermessungsbeamten.)

„. . . Die Darlegungen sind sämtlich klar und auch dem Anfänger wohl leicht verständlich; sie werden durch zahlreiche Figuren erläutert und dürften besonders für die Studierenden der Feldmeßkunst wertvoll sein. Hier liegt vielmehr die Hauptbedeutung in der Art der Darstellung eines schon häufig behandelten Stoffes, und diese Darstellung verdient in diesem Falle das höchste Lob."
(Literarisches Zentralblatt für Deutschland.)

Handbuch zum Abstecken von Kurven auf Eisenbahn- und Wegelinien. Für alle vorkommenden Winkel und Radien aufs sorgfältigste berechnet.

Von †G. M. A. Kröhnke. 15. Auflage bearbeitet von R. Seifert. Mit 15 Figuren. In Leinwand geb. M. 2.—

„Die Tabellen sind so häufig auf ihre Richtigkeit geprüft, daß sie als vollkommen fehlerfrei bezeichnet werden können. Wer mit dem Abstecken von Eisenbahn-, Straßen- und Wegekrümmungen zu tun hat, wird dieses nützliche Taschenbuch wohl kaum entbehren wollen."
(Bautechniker.)

Maße und Messen. V. Dr. K. Block. Mit 34 Abb. Aus Natur u. Geisteswelt Bd. 385. Geh. M. 1.—, in Leinw. geb. M. 1.25.

Die Schrift soll eine Übersicht über die heute in Naturwissenschaft und Technik verwendeten Maßeinheiten und ihre Verwertung geben. Im engsten Zusammenhang damit behandelt sie die wichtigsten Meßmethoden, insbesondere die, welche dazu dienen, die Beziehungen der einzelnen Maßgrößen zueinander festzustellen und sie auf die drei Grundeinheiten, das Meter, das Kilogramm und die Zeitsekunde zurückzuführen, der Zusammenhang mit dem absoluten Maßsystem ist stets hervorgehoben und das Verhältnis der technischen und absoluten Einheiten zueinander betont.

Die mathematischen Instrumente. Von A. Galle. Mit 86 Abbildungen und Figuren. gr. 8. 1912. Geh. M. 4.40, in Leinw. geb. M. 4.80.

„Das Werk füllt eine Lücke in der geodätischen Literatur aus, nämlich eine zusammenhängende Darstellung mathematischer Instrumente. Es sind die Grundlagen und Einzelheiten der Konstruktion von Rechenschiebern, Rechenmaschinen, Kurvenmessern, Planimetern, Integraphen und ähnlichen Instrumenten allgemeinverständlich beschrieben, so daß nicht nur der Geodät, sondern auch der Konstrukteur und Liebhaber reiche Belehrung und Anregung daraus schöpfen kann."
(Zentralzeitung f. Optik und Mechanik.)

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

W. M. Davis

Professor an der Universität Cambridge (Mass.)

Grundzüge der Physiogeographie

Von W. M. Davis und Professor Dr. G. Braun

Mit 126 Abbildungen. gr. 8. 1911. In Leinwand geb. M. 6.60

„Sprechen schon die Namen dieser beiden Forscher für die wissenschaftliche Wahrheit und Richtigkeit des Dargebotenen, so liegt ein noch größerer Wert in der Art der Durchführung, die es versteht, zwischen fachwissenschaftlicher Begründung und populärer Erläuterung den richtigen Mittelweg zu finden. Niemals irren die Verfasser in eine schwer verständliche Darstellungsweise ab. Ihre Erörterungen bleiben immer knapp und doch leicht faßlich. Alle Kapitel werden durch Bilder, Zeichnungen, Karten, Tabellen u. a. unterstützt. Besonders begrüßenswert ist es auch, daß jedem Kapitel eine sorgfältige Angabe der einschlägigen Literatur, auch der bezüglichen Karten und Kartenwerke, angeschlossen ist. Schon allein diese Literaturangaben lassen das Werk ein treffliches Hilfsbuch für jeden Geographen werden." **(Zeitschrift f. d. Realschulwesen.)**

Die erklärende Beschreibung d. Landformen

Von W. M. Davis. Deutsch bearbeitet von Privatdozent Dr. A. Rühl

Mit 212 Abbild. u. 13 Taf. gr. 8. 1912. In Leinw. geb. M. 12.—

„Das Werk ist für jeden Naturforscher von großem Wert, insbesondere für Studierende, so die Bemerkungen über Aufzeichnungen im Felde, über Gebrauch der Einbildungskraft, Verhältnis von Beobachtung und Deduktion, Vergleich gedachter und tatsächlicher Formen u. a. Treffend sind auch die Bemerkungen über Zitieren und Literaturnachweise. Das Werk gewinnt sehr durch zahlreiche Abbildungen und photographische Reproduktionen." **(Neue Freie Presse.)**

Die Anwendung der Davisschen Methoden ist enthalten in:

Eine geographische Studienreise durch das westliche Europa

Von W. Hanns, A. Rühl, H. Spethmann, H. Waldbaur. Mit einer Einleitung von W. M. Davis. Herausgegeben vom Verein der Geographen an der Universität Leipzig

Mit 37 Abbild. gr. 8. 1913. Steif geh. M. 2.40

Das vorliegende Buch gibt in der Form einer anziehenden Reisebeschreibung eine Anwendung der Davisschen Methoden auf praktische Beispiele aus den verschiedensten Gebieten Westeuropas. Zunächst legt Davis selbst, der Leiter dieser Studienreise, nochmals einige seiner wissenschaftlichen Grundanschauungen dar. Dann schildert H. Waldbaur das Snowdongebiet in Wales, H. Spethmann den auf Cornwall fallenden Teil der Exkursion, hierauf führt uns A. Rühl von der Insel Jersey nach der Bretagne und zuletzt entrollt uns W. Hanns im Haslital das großartige Bild einer typischen Gletscherlandschaft.

Zur Ergänzung der Grundzüge der Physiogeographie befindet sich in Vorbereitung:

Praktische Übungen in phys. Geographie

Von W. M. Davis. Deutsch herausg. von K. Oestreich

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Das Mittelmeergebiet, seine geographische und kulturelle Eigenart. Von Dr. A. Philippson, Professor an der Universität Halle a. S. 3., verbesserte Auflage. Mit 9 Figuren, 13 Ansichten und 10 Karten auf 15 Tafeln. gr. 8. 1914. In Leinwand geb. M. 7.—

„...Es ist in jeder Hinsicht eine des Meisters der Länderkunde, Ferd. v. Richthofens, dem es gewidmet ist, würdige Gabe. Die Aufgabe, die sich der Verfasser gesetzt hatte, das Mittelmeergebiet als ein nach seiner Entstehung und seinen Charakterzügen einheitliches darzustellen, den ursächlichen Zusammenhang der Erscheinungen, soweit sie geographisch bedingt sind, herauszuarbeiten und überall auf dem festen Boden exakter Beobachtung, nicht der geistreichen Spekulation, nachzuweisen, ist glänzend gelöst. Philippson enthüllt hier ganz neue Seiten seines Wissens und Könnens. Methodisch bedeutsam ist auch die überall scharf durchgeführte Scheidung von Geologie und Geographie." (Petermanns Mitteilungen.)

Mittelmeerbilder. Neue Folge. Von Dr. Theobald Fischer, weiland Professor an der Universität Marburg. Mit 8 Karten. 1908. Geb. M. 6.—, in Leinwand geb. M. 7.—

Diese Neue Folge beabsichtigt das Verständnis für das immer mehr von deutschen Reisenden besuchte, nicht nur ästhetischen Genuß bietende, sondern auch im Wirtschaftsleben und in der Weltpolitik eine immer größere Rolle spielende Mittelmeergebiet zu vertiefen. In dieser Sammlung allerdings mehr nach der physisch-geographischen Seite hin, das Mittelmeer selbst nach seiner Entstehung und vor allem nach der Eigenart seiner Küsten. Nicht weniger als neun dieser Abhandlungen sind Küstenstudien gewidmet, fast durchaus nach Selbstsehen des Verfassers.

Von demselben Verfasser liegt vor:

Mittelmeerbilder. 2. Auflage, bearbeitet von Dr. A. Rühl. 8. 1913. Geh. M. 7.—, in Leinwand geb. M. 8.—

„Während Philippsons ‚Mittelmeergebiet' eine systematische Darstellung dieser ganzen Region versuchte, bieten uns die ‚Mittelmeerbilder' des Vaters der Mittelmeerkunde eine Reihe prächtiger Einzeldarstellungen, zum größten Teil auf eigener Anschauung begründet, daher nicht allein von echt geographischen Geiste getragen, sondern auch lebensvoll und farbenreich." (Petermanns Mitteilungen.)

Die Polarwelt und ihre Nachbarländer. Von Dr. Otto Nordenskjöld. Professor an der Universität Gothenburg. Mit 77 Abbildungen und 1 farbigen Titelbild. gr. 8. 1909. In Leinwand geb. M. 8.—

„Nordenskjöld zieht die ganze Polarwelt in den Kreis seiner Betrachtungen und betont sowohl das Gemeinsame des polaren Wesens wie das Besondere der einzelnen Polarregionen. Er führt uns nach Grönland, Island, Spitzbergen, in die Südpolarländer, nach Nordamerika, Alaska, Sibirien und in die nordosteuropäischen Gebiete. Wir lernen die Bevölkerung in ihren Sitten, Gebräuchen, Erwerbsquellen kennen; die Tier- und Pflanzenwelt, das Klima, die geologischen und typographischen Formationen und sonstige geographische Momente finden sachkundige Würdigung. Bei dem großen Interesse für die Polarwelt wird das Buch auch über Fachkreise hinaus großen Anklang finden." (Literar. Handweiser.)

Schichtenfolge Mitteldeutschlands. Zu Tabellen zusammengestellt für den Gebrauch auf geologischen Wanderungen v. Dr. Th. Brandes. 8. 1913. Kart. M. —.50.

Die Tabellen sind der geographische Ausdruck des heutigen Standes der statigraphischen Erforschung Mitteldeutschlands. Sie sind in erster Linie für Studenten und Freunde der Geologie als Vademekum auf Exkursionen bestimmt, um sich im Felde sofort Rechenschaft geben zu können über die Stellung kleinerer Zonen im großen Schichtenverbande, sowie über die ungefähre Sprunghöhe von Verwerfungen und den Umfang von Schichtlücken. Sie sollen für Lehrer und Lernende eine Erleichterung sein.

YB 51919

M289863

TA590
R6

THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY